

ACTUALITÉS SCIENTIFIQUES ET INDUSTRIELLES

283

EXPOSÉS DE PHILOSOPHIE DES SCIENCES

Publiés sous la direction de

L. DE BROGLIE

Membre de l'Institut
Professeur à la Sorbonne
Prix Nobel

VI

LA MÉTHODE

DANS LA

MÉCANIQUE DES QUANTA

(Axiomatique, déterminisme et représentations)

PAR

M. RENÉ DUGAS

Ingénieur au Corps des Mines



PARIS

HERMANN & C^o, ÉDITEURS

6, Rue de la Sorbonne, 6

1935

YON COLLEGE
LIBRARY

Q
111
A3
no. 283



ACTUALITÉS SCIENTIFIQUES ET INDUSTRIELLES

PUBLIÉES SOUS LA DIRECTION DE MM.



René AUDUBERT

Directeur de Laboratoire à l'École
des Hautes Études

ÉLECTROCHIMIE THÉORIQUE

J.-P. BECQUEREL

Professeur au Muséum d'Histoire Naturelle

OPTIQUE ET MAGNÉTISME AUX TRÈS BASSES TEMPÉRATURES

G. BERTRAND

Membre de l'Institut
Professeur à l'Institut Pasteur

CHIMIE BIOLOGIQUE

L. BLARINGHEN

Membre de l'Institut
Professeur à la Sorbonne

BIOLOGIE VÉGÉTALE

Georges BOHN

Professeur à la Faculté des Sciences

ZOOLOGIE EXPÉRIMENTALE

J. BORDET

Prix Nobel
Directeur de l'Institut Pasteur de Bruxelles

MICROBIOLOGIE

J. BOSLER

Directeur de l'Observatoire de Marseille

ASTROPHYSIQUE

Léon BRILLOUIN

Professeur au Collège de France

THÉORIE DES QUANTA

Louis de BROGLIE

Membre de l'Institut
Professeur à la Sorbonne
Prix Nobel de Physique

I. PHYSIQUE THÉORIQUE

II. PHILOSOPHIE DES SCIENCES

Maurice de BROGLIE

de l'Académie Française
et de l'Académie des Sciences

PHYSIQUE ATOMIQUE EXPÉRIMENTALE

D. CARRERA

Directeur de l'Institut de Physique et Chimie
de Madrid

EXPOSÉS SUR LA THÉORIE DE LA MATIÈRE

E. CARTAN

Membre de l'Institut
Professeur à la Sorbonne

GÉOMÉTRIE

M. CAULLERY

Membre de l'Institut
Professeur à la Faculté des Sciences

BIOLOGIE GÉNÉRALE

L. CAYEUX

Membre de l'Institut
Professeur au Collège de France

GÉOLOGIE

A. COTTON

Membre de l'Institut
Professeur à la Sorbonne

MAGNÉTO-OPTIQUE

M^{me} Pierre CURIE

Professeur à la Sorbonne
Prix Nobel de Physique
Prix Nobel de Chimie

RADIOACTIVITÉ ET PHYSIQUE NUCLÉAIRE

Véra DANTCHAKOFF

Ancien professeur à l'Université Columbia
(New-York)
Organisateur de l'Institut
de Morphogénèse Expérimentale
(Moscou, Oulanovo)

LA CELLULE GERMINALE DANS L'ONTOGÉNÈSE ET L'ÉVOLUTION

E. DARMOIS

Professeur à la Sorbonne

CHIMIE-PHYSIQUE

K. K. DARROW

Bell Telephone Laboratories

CONDUCTIBILITÉ DANS LES GAZ

Arnaud DENJOY

Professeur à la Sorbonne

THÉORIE DES FONCTIONS DE VARIABLE RÉELLE

J. DUESBERG

Recteur de l'Université de Liège

BIOLOGIE GÉNÉRALE EN RAPPORT AVEC LA CYTOLOGIE

CATALOGUE SPÉCIAL SUR DEMANDE

Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation
réservés pour tous pays.

Copyright 1935 by Librairie scientifique Hermann et C^e,
Paris.



INTRODUCTION

Le mathématicien est un privilégié : lorsqu'il a bâti un ensemble nouveau qui soit exempt de contradiction, cet ensemble existe de ce fait même et sans contestation à ses yeux. Les quelques contacts que la mathématique a pu avoir, à son origine, avec le réel — et ceci encore est contesté par l'école idéaliste avec KANT, RUSSEL et, dans une certaine mesure, POINCARÉ — sont déjà si lointains qu'ils ne comptent plus, au moins dans le développement de la science.

Le mécanicien (au sens rationnel bien entendu) fait un usage constant du langage mathématique ; mais, à la base de ses travaux, il pose un certain nombre d'axiomes dégagés de l'expérience, et dont le respect commande le traitement des individus abstraits dont il s'occupe.

Le physicien est plus difficile à satisfaire ; il lui faut conserver le contact constant avec l'expérience et il n'a recours au langage mathématique qu'autant que celui-ci permet, tout en sauvant des phénomènes connus, d'en prévoir de nouveaux ou d'en réunir plusieurs dans une seule et même explication. Mais précisément pour ne pas verser dans l'abstraction, la plupart des physiciens exigent que les représentations auxquelles ils ont recours lorsqu'ils utilisent le langage rationnel soient dotées d'une signification concrète.

Quant au philosophe, il est encore plus exigeant en général : comme psychologue, il veut déduire le réel des sensations. Comme métaphysicien, il demande que la science soit susceptible de s'inclure dans des systèmes auxquels il n'admet pas qu'il puisse être dérogé.

Il n'est pas possible de choisir entre ces diverses attitudes, ce qui serait tout à fait arbitraire. Devant certains aspects de la physique moderne, il semble que seul un mélange de ces différents états d'esprit puisse offrir une explication. On verra que, dans une telle analyse, on peut puiser quelques raisons nouvelles d'ajouter foi aux récentes doctrines.

La science moderne évolue avec une rapidité surprenante qui met en péril l'étude de la méthode. La « science universelle », au sens de DESCARTES, est débordée par les acquisitions incessantes des « hommes spéciaux ». Lorsqu'il y a environ dix ans, LOUIS DE BROGLIE a, pour la première fois dans l'histoire de la physique, lancé l'idée d'une représentation ondulatoire de la matière, il a fait lever en quelques années une forêt si touffue que ses propres arbres risquent de nous la dérober.

Avec la mécanique « corpusculaire » classique qui, jusqu'ici, n'avait connu que des succès et dont les novations d'EINSTEIN n'avaient pas ébranlé profondément les principes, tout s'est trouvé remis en question. Dans quelle mesure le déterminisme — ou si l'on veut la « légalité » — subsiste-t-il ; jusqu'à quel point les représentations couramment utilisées en physique mathématique conservent-elles une signification intrinsèque ?

Ce sont là des questions qui ne peuvent être éludées, en dehors même de toute idée de vulgarisation, quitte à s'égarer dans un symbolisme dont on ne serait plus maître. A nos yeux, il serait rigoureusement inadmissible — et cela a été parfois avancé — de se résigner à dire que « nos équations en savent plus que nous ».

Devant les nouveautés scientifiques, deux attitudes extrêmes et également inacceptables peuvent se présenter ; la première consiste, par méconnaissance de ce que la science ancienne explique déjà, à tout accepter avec l'excuse de l'ignorance ou la joie coupable de l'iconoclaste. La seconde à tout critiquer, au nom d'idées déjà reçues, cela par préjugé et non par analyse.

Les créateurs mêmes des nouvelles doctrines se sont efforcés de nous éviter ces écueils. BOHR a formulé le principe de correspondance, dans le but de réconcilier, au moins à la limite, l'électromagnétique classique et la première forme de la mécanique des quanta dont il était l'auteur. LOUIS DE BROGLIE a été guidé par le principe de FERMAT et les analogies optiques de MAUPERTUIS. HEISENBERG a voulu résister contre le caractère artificiel des modèles

atomiques, en fondant la mécanique des matrices sur le principe de correspondance de BOHR et sur un nombre réduit de postulats expérimentaux de la spectroscopie. DIRAC enfin a cherché à définir l'analogie quantique d'un système de la mécanique analytique classique, en n'apportant à la formulation habituelle qu'une définition nouvelle et plus restrictive de l'outil de calcul connu sous le nom de « crochets de POISSON ».

En dépit de tout cela, BOHR a fait, pour la première fois en mécanique, mentir l'adage : *natura non facit saltus* et il faut bien avouer que la manière dont il introduit la discontinuité présente une large part d'arbitraire. LOUIS DE BROGLIE condamne le point matériel considéré jusqu'alors comme indispensable à la mécanique classique sans que — l'évolution ultérieure l'a montré — il soit en échange possible de croire à la réalité physique des ondes matérielles (au moins en toute rigueur). HEISENBERG est conduit aux relations d'incertitude, c'est-à-dire à une atteinte à la légalité newtonienne. DIRAC enfin montre la nécessité d'une nouvelle axiomatique de la mécanique, qui réforme sur des points essentiels l'axiomatique jusqu'ici universellement admise de l'école copernicienne.

Sur le plan de l'épistémologie, les dégâts — au moins en apparence — sont donc considérables et MAYENSON, dans son dernier ouvrage : *Réal et déterminisme*, n'a pas caché qu'il était pessimiste, sans nier l'importance considérable des travaux issus de la thèse de LOUIS DE BROGLIE. Nous nous efforcerons de montrer que le philosophe peut, dans une large mesure, se rallier malgré tout à cette évolution.

Il nous a fallu quelque hardiesse, sinon pour entreprendre la tentative qui fait l'objet de ce travail, du moins pour persévérer en l'offrant au lecteur.

Nous ne saurions porter la hache dans la forêt des quanta, dont les cimes dominant de si haut. Mais en écartant quelques branches, nous avons nourri l'illusion d'y apercevoir quelque clarté — ou si l'on veut quelque raison nouvelle de croire — et ce sera là la seule excuse de ce modeste essai.



L'AXIOMATIQUE DE LA MÉCANIQUE CLASSIQUE

Puisqu'aussi bien c'est la mécanique des quanta qui nous occupe ici, il est naturel d'envisager en premier lieu ce que j'appellerai le point de vue du mécanicien.

Je ne reviendrai pas en détail sur l'axiomatique de la mécanique classique. Tous ceux qui ont eu l'honneur de suivre, sur ce sujet, les magistrales leçons de PAINLEVÉ savent qu'il a su donner à cette axiomatique, par une analyse approfondie des théories scholastiques et des théories coperniciennes, une forme qu'il est permis de considérer comme définitive.

Sans donc revenir sur les éléments mêmes des principes de la mécanique classique, nous en tirerons la leçon — à notre avis essentielle — sous la forme du schéma suivant :

1° L'axiomatique de la mécanique classique a été, très péniblement d'ailleurs, déduite ou mieux *dégagée* de l'expérience. A cet égard, et sans préjudice des préjugés de toute nature, métaphysiques ou autres, qui ont entravé le développement de la mécanique, les expériences terrestres risquaient de nous induire en erreur en nous liant à un système de référence où toutes les lois de forces qui pourraient servir à une description du monde seraient beaucoup plus compliquées qu'avec un système de référence lié au centre de gravité du système solaire : c'est donc l'astronomie qui est à la base de cette axiomatique et la mécanique céleste qui en constitue le grand succès.

2° A partir de cette axiomatique, le langage du mécanicien (rationnel) est *exclusivement mathématique*. Pour donner d'un phénomène une interprétation mécanique, au sens classique, il suffit que celui-ci réponde à un principe de moindre action. L'interprétation peut être multiple ; il y en a en fait une infinité, comme POINCARÉ l'a montré dans une analyse bien connue, mais la *légalité*

(au sens philosophique, terme préférable à celui de causalité qui aux yeux de certains logiciens et notamment de MEYERSON est plus restrictif) de toute interprétation mécanique est *parfaite*. Cela tient à ce que, dans le traitement des systèmes mécaniques (qui ne sont pas *statistiques*) on ne joue que sur des équations différentielles du second ordre et que, moyennant certaines hypothèses purement analytiques, le traitement se déroule suivant une loi rigoureusement déterminée, à partir des conditions initiales qui comprennent, d'après les coperniciens, non seulement les coordonnées, mais encore les vitesses initiales de tous les éléments en présence.

Ceci posé, la mécanique ordinaire nous apparaît incontestablement — bien que cette division puisse sembler quelque peu artificielle — comme coupée en deux : une axiomatique qui lui est propre et un langage qui est purement mathématique. L'ensemble mérite le qualificatif de « rationnel » ou d'« analytique ». En effet, les axiomes de base sont seulement issus de l'expérience. Ils constituent déjà des abstractions.

La mécanique rationnelle n'est donc qu'un langage de correspondance avec l'observation des mouvements réels des corps de l'univers, de même que la géométrie (élémentaire) énonce « sous une forme épurée », comme disait PAINLEVÉ, les propriétés des corps solides.

De l'approximation avec laquelle l'axiomatique de la mécanique peut traduire l'expérience résulte seule la portée pratique (qui en fait dans les phénomènes *macroscopiques* est considérable) de cette science purement rationnelle où règne une légalité absolue. La lecture des *Principia* de NEWTON donne l'impression que la mécanique peut être sans exagération qualifiée de science *orgueilleuse*, l'orgueil naissant ici du succès d'avoir, dans la légalité, déduit des axiomes tant d'explications que le sens commun ou l'expérience coutumière n'aurait pu livrer que fort difficilement. La critique du langage de la mécanique n'est pas exclue, puisqu'aussi bien en mathématique la revision des valeurs se produit parfois, mais elle ne peut jouer qu'exceptionnellement et dans des limites fort restreintes.

En revanche, il ne semble y avoir aucun paradoxe à ce que l'axiomatique de la mécanique ait à se plier au progrès des sciences expérimentales, et la théorie des quanta en a précisément montré la nécessité. A supposer même que la mathématique pût se réduire à une « immense tautologie » (et on sait que POINCARÉ a rejeté

cette hypothèse) la mécanique ne risque pas ce sort, car il resterait les flots que constituent ses axiomes. Mais ces flots, qui émergent de l'expérience peuvent être — partiellement au moins — submergés par celle-ci, à la seule condition, d'ailleurs essentielle, que la novation ainsi apportée à la mécanique permette de conserver les phénomènes déjà expliqués. Si cette dernière condition n'était pas remplie, on aurait à considérer deux mécaniques distinctes, comme cela était le cas avant l'introduction du principe de la relativité restreinte, pour l'électromagnétique (équations de Maxwell) et pour les interprétations mécaniques ordinaires. Il est hors de doute que chaque fois que l'on peut éviter pareille dualité, la science marque un progrès important dans l'ordre logique.



NOVATIONS RELATIVISTES A L'AXIOMATIQUE DE LA MÉCANIQUE ORDINAIRE

Arrivés à ce point, il est naturel que nous examinions les aménagements que la mécanique classique avait dû accepter avant le récent développement de la théorie des quanta.

Tout d'abord, la relativité restreinte. Pour ne pas tomber dans le travers de l'ignorance dont nous parlions plus haut, nous nous fierons ici à l'attitude prise par PAINLEVÉ et qui semble en accord avec les considérations que nous venons de développer.

Je ne crois pas que l'on puisse soutenir sérieusement que PAINLEVÉ ait réfuté les idées mêmes d'EINSTEIN. Tout en soulignant les paradoxes, d'ailleurs incorrects, que l'on avait cru pouvoir en déduire, il s'est surtout élevé avec force contre l'opinion, communément répandue dans les premiers ouvrages qui ont développé la théorie d'EINSTEIN, que celle-ci pouvait se passer, au contraire de la mécanique ordinaire, de *systèmes de référence privilégiés*.

Dans une *Note sur la propagation de la lumière*, faisant suite aux *Axiomes de la mécanique* (Gauthier Villars, éd., 1922), PAINLEVÉ pose d'abord en mécanique classique le *postulat fondamental de KEPLER-FRESNEL*, qu'il écrit comme suit :

On peut définir une mesure des longueurs et du temps et un système de référence tels que, dans ce système :

a) Le mouvement de tout élément matériel très éloigné de tous les autres soit rectiligne et uniforme (principe de l'inertie).

b) La propagation de la lumière, loin de toute matière, soit rectiligne, uniforme et ait la même vitesse dans tous les sens (principe de FRESNEL).

Au sens classique, pour un astre A, le système de référence ainsi admissible sera celui où la vitesse absolue de A est nulle.

D'après PAINLEVÉ, la relativité restreinte admet nécessairement le postulat de KEPLER-FRESNEL ainsi formulé et en outre le suivant :

c) Si le postulat de KEPLER-FRESNEL est vrai pour les observateurs de l'astre A (adoptant celui-ci comme corps de référence), il est également vrai pour les observateurs de l'astre B (adoptant celui-ci comme corps de référence) [principe de relativité].

Les corps A et B sont nécessairement, pour que tout ceci soit valable, très éloignés l'un de l'autre et d'autre part de tous les corps de l'univers.

Les systèmes qui répondent à la question en relativité restreinte sont en nombre *infini* (contre un seul satisfaisant, dans le vide sidéral, au postulat de KEPLER-FRESNEL au sens classique). Mais il reste que cette infinité ne comprend que des *axes privilégiés*, car le fait pour deux systèmes de référence *quelconques* d'être en translation uniforme relative l'un par rapport à l'autre ne suffit nullement à ce qu'on puisse leur appliquer le principe de la relativité restreinte.

Voilà pour l'aspect *cinématique* de la relativité restreinte, lequel, nous devons insister sur ce point, est le seul aspect vraiment nouveau de la première doctrine einsteinienne du point de vue exclusif du mécanicien. La cinématique de la relativité restreinte, avec le groupe de transformation de LORENTZ et la loi de composition des vitesses qui en résulte, avec le temps local, est de toute évidence irréductible à la cinématique ordinaire. En revanche, on n'aperçoit pas qu'entre la dynamique de la relativité restreinte *dans un système de référence donné* (dont on ne sortirait pas) il y ait des différences *autres qu'analytiques* avec la dynamique ordinaire.

Ce sont encore les travaux de PAINLEVÉ qui nous permettront de traiter, en toute rigueur, ce point essentiel.

En effet, dès 1890, PAINLEVÉ énonçait une dynamique de masse variable, respectant le principe d'égalité de l'action et de la réaction, l'axiome de « *légalité* » copernicien et l'axiome de la composition des forces, et compatible en outre avec la cinématique *ordinaire*.

Cette dynamique était plus générale que celle d'EINSTEIN, d'abord parce que la loi de variation de la masse avec la vitesse pouvait être *quelconque*, ensuite parce qu'il n'y avait aucune relation nécessaire entre la masse longitudinale et la masse transversale d'un même élément matériel. Elle englobait effectivement,

moyennant certains détails que nous allons expliciter, la dynamique de l'« électron lentement accéléré » construite par EINSTEIN en 1905.

La dynamique ainsi imaginée par PAINLEVÉ pouvait passer à l'époque pour un simple jeu d'esprit mathématique, car elle est antérieure aux preuves physiques (lesquelles aujourd'hui sont tenues pour indiscutables) de la variabilité de la masse.

Pour situer dans ce cadre la dynamique relativiste, il suffit des restrictions ou novations suivantes aux conceptions de PAINLEVÉ :

a) Il convient d'écrire les équations du point matériel en dérivant la *quantité de mouvement* et non en considérant séparément l'accélération tangentielle et l'accélération normale, ce qui introduit une relation immédiate entre masse longitudinale et masse transversale, celle-ci restant arbitraire.

b) Dans l'expression du potentiel, si l'on admet dans leur ensemble les données électromagnétiques de la relativité restreinte, il est naturel d'introduire la notion du « potentiel retardé » au lieu de celle de potentiel newtonien, ce qui revient en termes clairs à nier le caractère d'*instantanéité* de l'action à distance.

Alors que (a) constitue une *restriction* (b) est une *novation* car il est bien facile de vérifier que si l'on admet (b) le principe d'égalité de l'action est de la réaction n'est plus valable. L'atteinte à ce principe est d'ailleurs, si elle existe en fait, fort ténue, et nous avons pu le vérifier nous-mêmes en étudiant après G. C. DARWIN le problème des deux corps de la relativité restreinte avec application des conditions des quanta de BOHR-SOMMERFELD. Nous avons pu calculer que pour décider si le principe d'égalité de l'action et de la réaction est ou non valable, il faudrait mesurer, dans le cas de l'hydrogène, la 1800^e partie de la correction de relativité proprement dite, laquelle ne représente dans l'échelle des longueurs d'onde que quelques centièmes d'angströms !

Soient alors admis les points (a) et (b). Dans la classe des dynamiques de masse variable de PAINLEVÉ, la dynamique einsteinienne se trouve choisie par les conditions suivantes :

a.) Validité de la mécanique ordinaire (de masse constante) dans le système de LORENTZ propre à l'instant t , et ceci pendant le temps infiniment petit dt seulement, car le système propre change à chaque instant si le mouvement de l'élément considéré est accéléré. Soulignons que le système propre n'est pas celui dans lequel on

écrit les équations du point soumis à une force non nulle, car il faudrait pour cela une infinité de tels systèmes.

α_2) Quand on passe, à un instant donné, du système de référence dans lequel est décrit le mouvement accéléré (et qui lui ne change pas) au système propre correspondant (qui lui change à chaque instant comme nous l'avons déjà dit) la force doit se transformer comme les composantes du champ électromagnétique (conservation des équations de MAXWELL dans une transformation de LORENTZ).

Les postulats (α_1) et (α_2) étant ainsi admis livrent la dynamique de l'électron ou particule qui dans la transformation (α_2) conserve invariante sa charge électrique. EINSTEIN postule enfin :

α_3) La loi ainsi obtenue est valable pour tout point matériel.

On trouvera peut-être cette discussion trop longue ; si nous l'avons ainsi détaillée, pour concilier les points de vue de PAINLEVÉ et d'EINSTEIN, c'est également en vue d'établir qu'en toute rigueur seul, parmi les axiomes de la dynamique, le principe d'égalité de l'action et de la réaction se trouve « submergé » et nous avons dit en passant qu'expérimentalement le mal n'est pas grand. Les postulats (α_1), (α_2) et (α_3) apparaissent d'ailleurs dans le mémoire original d'EINSTEIN sur l'électrodynamique des corps en mouvement, pour peu qu'on le lise avec soin.

Les postulats (α_2) et (α_3) sont *spécifiquement relativistes*. Le postulat (α_1) en revanche peut recevoir une application plus générale, mais nous n'insistons pas sur ce point.

Au fond, dans la classe des dynamiques de PAINLEVÉ, on choisira celle d'EINSTEIN parce qu'elle est *physiquement vraie*. PAINLEVÉ remarque que la relativité restreinte, en dehors de l'expérience de MICHELSON qui l'a suscitée, rend compte d'une façon très satisfaisante de l'expérience de FIZEAU. Nous pensons que c'est surtout la symétrie parfaite et entièrement nouvelle qu'elle institue dans les lois de l'électromagnétisme et le fait qu'elle fait rentrer les équations de MAXWELL dans le cadre de la mécanique qui en constituent le grand succès, du point de vue rationnel qui nous occupe ici. Ces conquêtes ont peut-être plus de valeur aux yeux des physiciens qu'à ceux des mécaniciens purs.

A ces arguments en faveur de la dynamique einsteinienne, on doit ajouter le critérium de la simplicité de la loi de variation de la masse avec la vitesse : cette simplicité apparaît lorsqu'on considère

la masse comme une fonction de l'élément qui généralise immédiatement la notion classique de force vive. Nous arrivons ainsi à la constatation que la masse einsteinienne est une fonction linéaire de la force vive *généralisée* ; c'est donc le premier terme du développement en série de la masse suivant les puissances de cette force vive. C'est donc la loi la plus simple qui se puisse concevoir.

Une des caractéristiques essentielles de la dynamique relativiste, c'est qu'elle conserve pleinement la *légalité newtonienne*. Aux novateurs comme Louis DE BROGLIE, elle apparaît comme une mécanique « ancienne » ou « classique » et ceci par le fait même de sa légalité. Dans le langage du mathématicien, on dirait que la seule différence entre la dynamique de la relativité restreinte, dans un système de référence donné, et la dynamique ordinaire, c'est que la fonction qui intervient dans l'énoncé du théorème des forces vives n'est pas identique à celle qui entre, avec la fonction des forces, dans l'énoncé du principe d'HAMILTON, mais ce sont là des divergences purement analytiques qui ne modifient pas essentiellement les idées classiques.

Certes, les démonstrations expérimentales de la variabilité de la masse ne peuvent être mises systématiquement à l'actif du principe de relativité, puisqu'il en existe une explication classique comme on vient de le voir. Mais la dynamique de la relativité restreinte doit être *physiquement* jugée comme une simple partie d'un ensemble, et, à cet égard, elle occupe une situation privilégiée dans la série des dynamiques acceptables au sens de PAINLEVÉ, tout en appartenant sans conteste à la famille des mécaniques coperniciennes.

* * *

Quelques mots sur la relativité généralisée, non pas que nous ayons l'occasion d'y revenir, mais pour illustrer encore l'attitude du mécanicien devant une novation à l'axiomatique antérieurement admise. Ici encore nous aurons recours à PAINLEVÉ. Sans nier l'intérêt de la conception einsteinienne, PAINLEVÉ s'est élevé contre le « truisme de l'invariance » qui a été parfois accepté à cette occasion. Il souligne que ce n'est pas le seul fait que toutes les lois de la nature doivent demeurer covariantes dans un changement de repérage qui permet d'écrire les équations einsteiniennes de la gravitation. Il faut en outre avoir recours à un principe de moindre action généralisé à l'espace-temps, en admettant que les équations

du mouvement rentrent dans la classe très étendue mais pourtant exceptionnelle des systèmes définissant les géodésiques d'un ds^2 à 4 variables, accepter l'axiome copernicien de causalité et le postulat de KEPLER-FRESNEL, et postuler des conditions invariantes s'inspirant à la fois « des théories de la gravitation newtonienne et de la théorie de la courbure des surfaces ordinaires ».

En somme, l'axiomatique que suppose l'interprétation du célèbre ds^2 de SCHWARTZSCHILD comprend, outre le principe de l'universelle covariance, maints postulats qui sont les mêmes qu'en mécanique ordinaire. Cela ne veut nullement dire que la synthèse suivant laquelle la gravitation résulterait d'une courbure convenable de l'espace-temps n'est pas entièrement nouvelle, mais cela montre que l'axiomatique n'en a pas été explicitement donnée. Il est essentiel de dire que, dès son premier mémoire sur la relativité généralisée, EINSTEIN s'était par avance justifié à cet égard, en déclarant qu'il avait visé à donner un exposé direct et accessible de sa théorie, sans chercher à la fonder sur le nombre minimum d'axiomes indispensables. Il s'efforçait de n'admettre que des hypothèses présentant le minimum d'arbitraire et montrait le constant souci de retrouver en première approximation les lois newtoniennes.

Nous abandonnerons définitivement ici la relativité généralisée et conviendrons que, dans tout ce qui suit, le mot relativité ne s'entendra que de la forme restreinte des doctrines einsteiniennes.



L'ÉVOLUTION DE LA MÉCANIQUE DES QUANTA

Nous allons chercher, en continuant toujours à suivre le point de vue du mécanicien, à analyser successivement dans l'ordre historique les diverses formes de la mécanique des quanta. Nous resterons dans le domaine des faits élémentaires et n'avons pas la prétention de dresser ici un inventaire, mais bien au contraire de schématiser les novations successives ainsi apportées à la mécanique ordinaire, réservant pour plus tard l'indication des synthèses mathématiques dues à DIRAC et M. J. L. DESTOUCHES. Nous n'écrirons que le *minimum* d'équations.

a) Théorie de Bohr.

La première forme de la mécanique des quanta est celle qu'a formulée BOHR en 1913. BOHR, considérant le modèle atomique de l'atome d'hydrogène constitué d'un électron gravitant autour d'un noyau fixe, conformément à la loi de NEWTON, suivant une trajectoire circulaire, impose à l'énergie totale de l'électron de n'avoir que des valeurs *discrètes* : tant que l'électron reste sur l'une des trajectoires admissibles, dites *stationnaires*, il ne rayonne pas, et cela contrairement aux hypothèses de l'électromagnétique classique (car le mouvement est accéléré). L'électron ne rayonne que lorsqu'il saute (on admet que ce saut est brusque) d'une de ces trajectoires à une autre. En pareil cas, la variation d'énergie totale est liée à l'émission ou à l'absorption d'un rayonnement monochromatique de fréquence ν

$$\Delta W = h\nu$$

h étant la constante universelle de PLANCK.

Du point de vue mécanique intervient seulement, et d'une façon dont les grands succès expérimentaux, fruits d'une géniale intuition, n'atténuent pas l'arbitraire, la novation qui consiste ici à faire, grâce à l'attribution à l'énergie totale d'un système mécanique quelconque de valeurs discrètes, un départ entre les trajectoires permises et les trajectoires défendues dans l'infinité *continue* des trajectoires classiquement admissibles. Il y a *sélection physique* des solutions mécaniques, mais pas d'autre novation.

Qu'il suffise de dire que le modèle de BOHR a été perfectionné par SOMMERFELD qui a montré que pour des systèmes mécaniques généraux, l'introduction des discontinuités voulues par BOHR pouvait s'exprimer par :

$$\int p_k dq_k = n_k h$$

(l'indice k concerne chaque degré de liberté, n_k est en entier, h est la constante de PLANCK, q_k et p_k sont des coordonnées et des moments conjugués au sens de ce terme en mécanique ordinaire).

L'équation que nous venons d'écrire s'appelle *condition des quanta*. On la fait, en pratique, intervenir après avoir intégré le problème de dynamique par la méthode de JACOBI, lorsqu'on peut séparer effectivement les variables.

Le traitement relativiste du modèle atomique de BOHR-SOMMERFELD n'offre, en théorie, aucune particularité spéciale. Ce point est d'ailleurs évident si l'on admet tout ce qui précède.

b) Les ondes de Louis de Broglie.

C'est LOUIS DE BROGLIE qui a été le premier novateur essentiel de la mécanique jusqu'ici reçue. Guidé par des analogies optiques (principes de FERMAT et de MAUPERTUIS) il considère un *point matériel relativiste libre* et lui associe dans le système de LORENTZ *propre* qui accompagne ce point, une onde monochromatique sinusoïdale de fréquence ν_0 définie par :

$$W_0 = h\nu_0 = m_0 c^2$$

où W_0 est l'énergie au repos du point considéré (conformément à la théorie d'EINSTEIN) h est toujours la constante de PLANCK, m_0 la masse au repos de la particule et c la vitesse de la lumière dans le vide.

Appliquant alors les équations de LORENTZ, il est conduit à écrire ce que devient cette *onde associée* lorsque le point est animé d'une certaine vitesse quelconque. Cette seule considération livre une série de conséquences :

a) la *relation optique* du quantum $W = h\nu$ (W énergie, ν fréquence) subsiste dans tout système (de LORENTZ) ;

b) l'amplitude de l'onde se propage avec la même vitesse que le point matériel. Si l'on considère un « paquet d'ondes » localisé autour du point, la *vitesse de groupe* de ces ondes (notion bien connue due à Lord RAYLEIGH) coïncide encore avec la vitesse du point ;

c) la phase de l'onde se propage avec une vitesse $\frac{c^2}{v}$ (c vitesse de la lumière dans le vide et v vitesse du point). Cette *vitesse de phase* est donc supérieure à celle de la lumière, mais il n'y a, contrairement aux apparences, aucune contradiction avec les notions relativistes habituelles, car l'énergie et l'amplitude respectent la limite einsteinienne, avec le point matériel qu'ils accompagnent ;

d) la *longueur d'onde* de l'onde associée au point est liée à la *quantité de mouvement* (au sens relativiste) par une relation très simple que DE BROGLIE appelle *relation mécanique* du quantum ;

e) enfin, par *induction* à partir du point libre, DE BROGLIE montre que si le point matériel décrit une trajectoire fermée, la *seule condition* que l'association onde-particule demeure *cohérente* donne précisément les conditions des quanta de BOHR-SOMMERFELD, et cela d'une manière qui en *supprime l'arbitraire*.

On a donc le schéma suivant :

Association de l'onde à la particule.

Fréquence	Energie (condition optique).
Vitesse d'amplitude et vitesse de groupe ..	Vitesse.
Longueur d'onde	Quantité de mouvement (condition mécanique).
Paquet d'ondes	Localisation (approximative) du point.

Il n'est pas exagéré de taxer cette association onde-particule de *révolution* mécanique, et l'évolution ultérieure a montré que cette révolution était bien plus profonde encore que l'on aurait pu le croire, avec une lecture superficielle du premier mémoire de LOUIS DE BROGLIE.

c) Travaux de Schrödinger.

En effet, presque immédiatement après, SCHRÖDINGER démontre que la *mécanique ondulatoire* n'est nullement liée à la relativité, mais que la *mécanique ordinaire* est susceptible d'une *extension ondulatoire* : des ondes sinusoïdales peuvent être associées au mouvement d'un point matériel *classique* suivant lui-même une loi de forces *quelconque*. Ceci est vrai d'un système de points aussi bien que d'un point.

D'une façon rigoureuse, si l'équation bien connue de JACOBI s'écrit pour un point matériel *classique* en coordonnées cartésiennes :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2 = 2m(U + W)$$

où S est l'action, m la masse, U la fonction des forces et W l'énergie, l'*extension ondulatoire* au sens de SCHRÖDINGER revient à exiger que l'on ajoute au premier membre de l'équation de JACOBI le terme :

$$\frac{\hbar i}{2\pi} \left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} \right)$$

où \hbar est la constante de PLANCK et i le symbole des imaginaires.

Si on néglige ce terme complémentaire, qui est fort petit, car \hbar vaut en unités C. G. S. environ $6,5 \times 10^{-27}$ (dimensions ML^2T^{-1}) on retombe de la *mécanique ondulatoire* à la *mécanique classique*, comme de l'*optique ondulatoire* à l'*optique géométrique*.

Dans le cas pur d'abord conçu par DE BROGLIE, il y avait *identité* de la *mécanique ondulatoire* et de la *mécanique classique* et cette circonstance était due au caractère uniforme du mouvement du point libre. En outre, d'une manière générale, $\hbar = 0$ est une approximation plus que suffisante dans tout le *domaine macroscopique*, et si l'on n'attache aux représentations qu'une valeur linguistique — nous reviendrons là-dessus — on dispose, moyennant cette approximation, de deux façons *équivalentes* de traduire la *mécanique*.

A l'*échelle de l'atome*, ceci n'est plus vrai, ou plus exactement n'est plus vrai à l'égard des *mécaniques corpusculaires antérieures* à Louis DE BROGLIE (*classique, relativiste*). La *mécanique ondulatoire* fait figure d'outil de précision, à côté duquel les *mécaniques corpusculaires classiques* ne sont que de grossières approximations.

Le grand progrès rationnel de la *mécanique ondulatoire*, c'est

d'avoir *incorporé* dans l'équation même des ondes les discontinuités voulues par BOHR pour expliquer la structure des raies spectrales. Nous avons souligné au passage l'arbitraire des conditions des quanta de BOHR-SOMMERFELD. En mécanique ondulatoire, cet arbitraire se trouve presque complètement supprimé du fait qu'en imposant aux solutions de l'équation des ondes de SCHRÖDINGER des conditions fort naturelles aux yeux des mathématiciens, à savoir continuité, régularité, uniformité, nullité à l'infini, l'énergie prend d'elle-même des valeurs discrètes, parfois distinctes de celles que prévoyait BOHR, mais dans un sens généralement plus conforme aux expériences. Ce progrès rationnel est la principale raison de croire à la mécanique ondulatoire, dont le traitement pratique est en général plus ardu que celui de la théorie de BOHR.

SCHRÖDINGER a lui-même résolu le problème du traitement relativiste (en présence d'un champ de forces) de la mécanique ondulatoire. En suivant l'analyse qu'il avait établie dans le cas de la mécanique ordinaire, nous avons pu vérifier à la faveur d'une extension immédiate que la dynamique générale de masse variable au sens de PAINLEVÉ, la dynamique relativiste et la dynamique ordinaire, dans un espace de RIEMANN à trois dimensions de ds^2 quadratique quelconque, sont susceptibles (au moins mathématiquement, l'interprétation physique étant ici réservée) d'une seule et même extension ondulatoire. La novation leur est commune et homogène.

d) Mécanique quantique d'Heisenberg-Dirac.

Parallèlement aux travaux de LOUIS DE BROGLIE et SCHRÖDINGER, et par une de ces rencontres qui sont fréquentes dans l'histoire de la science, HEISENBERG, suivant une voie entièrement différente, créait une mécanique, *corpusculaire* cette fois (dans une certaine limite tout au moins), dérogeant également à la mécanique ordinaire et qu'une analyse ultérieure, due à SCHRÖDINGER, a permis d'identifier, dans ses conséquences, à la mécanique ondulatoire.

Il est nécessaire d'abandonner momentanément le point de vue du mécanicien pour exposer l'origine de la mécanique d'HEISENBERG, initialement baptisée du nom de *mécanique des matrices*, et ensuite désignée sous le nom de *mécanique quantique*, lequel est plus général et englobe aussi la mécanique ondulatoire au sens de SCHRÖDINGER.

HEISENBERG, dont les premiers travaux ont été conçus à partir de la théorie des quanta de BOHR-SOMMERFELD, a cherché de façon évidente à réagir contre le caractère quelque peu artificiel des modèles atomiques dont les éléments *inobservables* (trajectoires électroniques par exemple) sont nombreux. Il a tenu à ne partir que d'un nombre réduit de postulats expérimentaux, et, s'appuyant sur une extension de l'électromagnétique classique, à fonder une nouvelle mécanique rendant compte des données expérimentales de la spectroscopie. Son point de départ est donc nettement *physique*.

Avant tout, il nous faut indiquer ce que BOHR entendait par son « principe de correspondance ». Nous avons déjà dit sous a) que le modèle atomique de BOHR dérogeait à l'électro-magnétique classique du fait que les électrons planétaires pouvaient décrire, sans rayonner, leurs trajectoires stationnaires. Mais comme l'électromagnétique classique explique un grand nombre de phénomènes qu'il convient de conserver, BOHR a cherché à concilier, *au moins à la limite*, ses modèles atomiques avec la théorie classique. C'est au fond, dans un autre domaine, l'attitude de PAINELEVÉ devant les théories d'EINSTEIN. C'est l'attitude normale du savant, qui sait ce qu'il peut gagner à une extension, mais qui connaît la nécessité de ne pas rompre avec la science ancienne.

En électromagnétique classique, la fréquence du rayonnement se déduit des *fréquences mécaniques* du système considéré, alors que dans les modèles de BOHR la fréquence du rayonnement, dite *fréquence optique*, résulte essentiellement, par la loi de PLANCK, de la valeur des sauts d'énergie, et par suite sa corrélation avec les fréquences mécaniques du système est beaucoup moins directe.

Je n'entre pas ici dans des détails analytiques qui m'entraîneraient trop loin, et je me borne à dire que BOHR a effectivement démontré qu'à la limite, c'est-à-dire pour les sauts d'énergie à partir de niveaux très élevés (grands nombres n_K de la formule de SOMMERFELD écrite plus haut), la fréquence *optique* prévue par la théorie des quanta rejoint la fréquence prévue par l'électromagnétique classique. Tel est l'énoncé du principe de correspondance.

HEISENBERG, pour arriver à une formulation mathématique, est alors conduit à partir d'une représentation bien connue des mécaniciens classiques, à savoir la représentation en série de FOURIER d'ordre p des variables dynamiques, les coordonnées étant

les « variables angulaires » et les moments conjugués au sens d'HAMILTON les « intégrales de phase »

$\int p_k dq_k$ qui jouent d'ailleurs, on l'a déjà vu, un rôle essentiel dans l'analyse de SOMMERFELD.

Les postulats d'HEISENBERG sont alors les suivants :

1° *postulat fondamental de PLANCK-BOHR*, suivant lequel l'énergie d'un système ne peut prendre que des valeurs discrètes, les sauts d'énergie étant liés à la fréquence optique du rayonnement par la loi $W_m - W_n = h\nu_{mn}$;

2° *principe purement expérimental de combinaison* de la spectroscopie dû à RITZ, qui est d'ailleurs analytiquement une conséquence du précédent, mais qui a dicté la règle du produit des matrices (voir ci-dessous).

3° *postulat d'analogie quantique, lui-même dérivé du principe de correspondance de BOHR* : l'analogue quantique du développement d'une variable dynamique classique, appartenant à un système quasi-périodique, en série de FOURIER d'ordre p , les coordonnées canoniques étant celles indiquées plus haut, est une matrice à deux indices (m et n) comportant une infinité de lignes et de colonnes et dépendant du temps t par le facteur $e^{2\pi i p t}$.

Chaque matrice — ou si l'on veut chaque observable — est ainsi conjuguée à deux niveaux d'énergie. La multiplication des matrices, directement inspirée du deuxième postulat n'est pas, en général, commutative ;

4° *postulat* suivant lequel l'énergie rayonnée par un système dans l'unité de temps s'obtient en remplaçant dans les formules de l'électromagnétique classique les composantes de FOURIER du déplacement électrique total par les matrices correspondantes. Ce postulat a pour objet de permettre une interprétation physique quantitative de la mécanique des matrices.

HEISENBERG n'avait considéré à l'origine que des systèmes mécaniques très simples, où l'hamiltonien ne dépend pas du temps. C'est DIRAC qui a formulé d'une manière générale les *analogues quantiques* des systèmes mécaniques classiques.

Pour cela, il est parti des équations canoniques d'HAMILTON, dans leur expression classique à l'aide des « crochets de POISSON ». Il a modifié l'algèbre de ces crochets de telle manière que si a et b sont deux variables dynamiques, on ait la définition :

$$\frac{i\hbar}{2\pi} [a, b] = ab - ba$$

pour le crochet quantique $[a, b]$ lequel, contrairement au crochet ordinaire de Poisson, peut être défini par la règle ci-dessus *indépendamment de tout système de variables canoniques au sens d'HAMILTON*. Pour parvenir à ce résultat, il suffit d'admettre que le produit de deux variables quelconques peut n'être pas commutatif, à l'exemple des matrices d'HEISENBERG. Si l'on admet ainsi cette règle, bien surprenante à première vue, mais dont la justification est à chercher dans les postulats d'HEISENBERG dont l'origine expérimentale est assez directe, l'analogie quantique d'un problème de dynamique classique se formule comme suit :

a) les crochets (quantiques) des coordonnées et de leurs moments conjugués ont les mêmes valeurs que les crochets correspondants en mécanique ordinaire ;

b) les analogues quantiques des équations du mouvement classiques s'écrivent en remplaçant les crochets classiques par la définition écrite plus haut des crochets quantiques.

De ces deux règles se déduisent immédiatement les *conditions des quanta* qui s'écrivent ici sous la forme purement algébrique :

$$q_k p_k - p_k q_k = \frac{i\hbar}{2\pi}$$

La novation à l'algèbre ordinaire n'apparaît ainsi qu'à l'égard des coordonnées et de leurs moments conjugués ; les coordonnées, les moments et les éléments coordonnés et moments non conjugués se multiplient entre eux comme à l'ordinaire.

La formulation de DIRAC est ainsi *extrêmement directe*, car, en dehors de difficultés accessoires de symétrisation, communes d'ailleurs à tous les modes de quantification, elle n'exige que les règles (a) et (b) ci-dessus.

Nous sommes ainsi en présence de trois conditions des quanta :

1° celles de BOHR, dont l'introduction est indéniablement artificielle ;

2° celles de la mécanique ondulatoire, qui se réduisent à des conditions toutes naturelles imposées aux solutions de l'équation des ondes induite de l'équation de JACOBI ;

3° celles d'HEISENBERG-DIRAC qui ont un caractère purement algébrique et ne nécessitent au fond, à partir de la mécanique ana-

lytique classique, qu'une restriction quant à la multiplication des coordonnées et des moments conjugués.

La seconde et la troisième sont mathématiquement équivalentes ; cette circonstance a été établie par Schrödinger mais, pour en concevoir la portée, il est nécessaire de revenir sur l'axiomatique que supposent les points de vue ondulatoire et quantique.



L'AXIOMATIQUE DES NOUVELLES MÉCANIQUES

Dans ce qui précède, nous avons essayé de donner une idée, nécessairement approximative en l'absence de calculs qui ne peuvent trouver place ici, des novations que les nouvelles mécaniques ont apporté aux concepts classiques.

Ces novations ne suffisent pas en elles-mêmes à dégager dans quelle mesure l'axiomatique de la mécanique ordinaire doit être révisée. Seul un effort d'abstraction supplémentaire permet d'éclaircir ce point.

DIRAC, dans l'ouvrage intitulé *Les Principes de la mécanique quantique* a formulé une axiomatique dont il est nécessaire d'analyser ici les concepts fondamentaux, ne serait-ce que pour pouvoir aborder en connaissance de cause le point de vue philosophique. La théorie de DIRAC englobe la mécanique quantique ; elle est plus générale que l'axiomatique proprement dite de cette mécanique et constitue presque une théorie de la connaissance, au sens métaphysique.

DIRAC introduit d'abord le concept d'état. En raison même de son extension, ce concept est fort difficile à définir. Dire qu'un système est dans un état donné (et ceci suppose une préparation convenable) c'est se donner tous les éléments concernant sa structure, sa position dans l'espace-temps et ses mouvements internes.

Un état correspond donc à une notion *permanente* (et à ce titre il doit satisfaire le métaphysicien) puisqu'il est considéré pour un intervalle indéfini de temps. Cette permanence n'exclut pas une évolution *déterminée*, comme le serait par exemple, à la manière classique, celle d'un système mécanique soumis à des forces connues, à partir de conditions initiales données.

Cette permanence peut être troublée par une *perturbation*. Ce nouveau concept lui-même n'a qu'une valeur relative si, par une extension convenable, il est possible d'incorporer au système les éléments qui produisent la perturbation. Mais il est des cas où la perturbation ne peut être éliminée par cet artifice d'extension : telle est la perturbation ayant pour objet de préparer le système pour l'amener dans un état donné ; telle est la perturbation résultant d'une *observation* effectuée sur le système. Dans ce dernier cas, la perturbation est la conséquence de l'interaction entre l'outil de mesure et le système observé, interaction qui est toujours tenue pour négligeable dans l'axiomatique de la mécanique ordinaire. Dans les deux cas ci-dessus (préparation et observation) la perturbation est *essentielle* c'est-à-dire impossible à éliminer par un artifice d'extension de la définition même du système en cause.

Dans le cas général, lorsqu'on effectue une observation sur un système dans un état quelconque, on n'obtient pas avec certitude un résultat donné. Mais en répétant un grand nombre de fois la mesure à partir de conditions initiales identiques (et ceci suppose à chaque fois une préparation convenable du système), on dégage une *probabilité* déterminée d'obtenir un résultat donné parmi les résultats possibles de cette mesure.

Cette dernière circonstance est liée à la fois à la perturbation produite par la mesure et au *postulat de superposition des états* : un état quelconque peut toujours être considéré comme le mélange de deux, plusieurs... états composants qui se combinent entre eux avec des « poids » et des « phases ». (Seule la formulation mathématique peut préciser ces termes.) On admet que la superposition d'un état à lui-même reproduit le même état. Cette seule hypothèse modifie essentiellement les données classiques.

Il est évident d'autre part qu'en règle générale il faut spécifier l'intervalle de temps qui s'écoule entre le moment où la préparation du système en vue d'une observation est achevée et l'exécution même de la mesure, puisque l'état abandonné à lui-même évolue, suivant une loi supposée d'ailleurs déterminée. Si cet intervalle est sans incidence, l'état considéré est par définition appelé *stationnaire* et l'on conçoit aisément que les états stationnaires jouent de ce fait un rôle privilégié dans les représentations auxquelles aboutit la théorie.

On peut retomber sur la causalité classique (certitude d'un résul-

tat donné pour une observation donnée) dans certains cas exceptionnels. Alors, pour la quantité que l'on mesure — ou plus précisément pour son image rationnelle que l'on appelle *observable* — l'état est un *état propre* et la valeur obtenue une *valeur propre* (Eigenwert). Il va de soi qu'en pareil cas la perturbation entraînée par la mesure est minimum.

L'observable, nous venons de le souligner, peut être considérée comme l'image rationnelle d'un objet du sens commun. Tel n'est pas toujours le cas des individus mathématiques que l'on rencontre en mécanique quantique : certains sont purement abstraits et ne peuvent être dotés d'aucune signification physique (ou plus exactement ne peuvent être l'objet d'aucune interprétation physique, si l'on admet qu'un élément rationnel doit toujours être *interprété*).

Toute mesure, comme, dans le cas classique, a pour objet de traduire une observable par un *nombre*.

DINAC formule encore un postulat de *répétabilité*, rejeté d'ailleurs par certains continuateurs de sa doctrine. Aux termes de ce postulat, on est certain d'obtenir un résultat donné (parmi les résultats possibles) avec *certitude* lorsqu'on se borne à confirmer une expérience en la répétant immédiatement, sans éliminer la perturbation introduite par la première mesure et sans laisser le temps au système de suivre son évolution. Il ne faut pas confondre cette confirmation d'une expérience avec la *reproduction véritable* d'une expérience, à partir de conditions initiales identiques, laquelle présuppose au contraire l'élimination de la perturbation produite par la première mesure.

DINAC définit encore la notion d'*observations compatibles*, le cas le plus important étant celui où deux observations compatibles sont effectuées simultanément. D'une manière générale, une première observation *modifie* la probabilité que l'on peut attendre d'une seconde observation (du fait de la perturbation essentielle qui accompagne la première). Il s'agit de la probabilité d'obtenir le second résultat *avant* que l'on connaisse le premier (et non après, car alors le postulat de répétabilité jouerait). Lorsque cette modification n'a pas lieu du fait de la première observation à l'égard de la seconde, les deux observations sont dites *compatibles*. Il est assez naturel de s'attendre à ce que n observations compatibles et simultanées puissent être regardées comme une seule et même observation.

Si l'on effectue ainsi le nombre maximum d'observations distinctes et compatibles que comporte un système, et qu'on confirme immédiatement cette observation maximum dans les conditions précisées plus haut où le postulat de répétabilité est applicable, on obtient avec certitude la connaissance aussi complète que possible de l'état considéré. On conçoit que ce procédé puisse servir de base à la définition du concept d'état. Plus simplement, ce procédé livre la possibilité de constater un état et de soumettre les états à des représentations mathématiques autres que purement symboliques.

Tels sont les principaux concepts de la théorie formulée par DIRAC dans l'ouvrage déjà cité. Ces concepts sont fort abstraits et les seuls prolongements possibles vers le réel résultent de la notion d'observable, de la probabilité dégagée par la reproduction exhaustive d'une mesure à partir des mêmes conditions initiales, et enfin de la certitude que permet d'atteindre dans des cas purs la constatation des valeurs propres ou que livre l'application du postulat de répétabilité.

En dépit de cette abstraction et pour peu qu'on veuille y réfléchir, les postulats de DIRAC apparaissent fort naturels. On serait même tenté d'évoquer à leur sujet l'« évidence de raison » au sens de CONDILLAC.

On a déjà (LANDAU et PEIRLS notamment, à l'occasion du traitement relativiste de la mécanique quantique) proposé cependant de ne pas s'en tenir aux conceptions analysées plus haut et de renoncer en particulier au postulat de répétabilité, ou même à l'existence d'aucune « observable ». On devrait alors se contenter, en général, de probabilités au lieu de certitudes — car il est bien évident que seul le postulat de répétabilité donne un moyen *pratique* de constater une certitude — ou se résigner à une mécanique purement abstraite qui n'aurait de sens que mathématiquement parlant. Ces généralisations sont-elles inéluctables ? Nous n'affirmerons rien à cet égard, car le progrès dans toute cette théorie nous semble être né de l'abstraction même et de l'abandon successif de notions qui n'étaient pas suffisamment élaborées, mais il est évident qu'en dehors du domaine purement mathématique considéré, par exemple, par M. J. L. DESTOUCHES, les nécessités de l'interprétation physique doivent conduire à des restrictions axiomatiques.

La théorie abstraite résumée plus haut ne suffit pas seule à

asseoir une mécanique, ni même à parvenir à des représentations. Ce n'est pas ici le lieu de reproduire l'algèbre symbolique des états et des observables, développée par DIRAC, ni d'exposer comment cette algèbre symbolique conduit en définitive à la représentation des états et des observables et à la théorie des transformations (transformations de contact et transformations canoniques).

Nous nous bornerons aux aspects les plus caractéristiques de tous ces développements.

L'algèbre des états (qui englobe celle des fonctions d'onde solutions de l'équation fondamentale de SCHRÖDINGER) se traduit par le fait que « l'espace des états » est un espace de HILBERT (vectoriel, séparable, complet et ayant un produit scalaire satisfaisant à des conditions bien déterminées).

Celle des observables coïncide avec l'algèbre ordinaire, sauf pour la commutativité de la multiplication, à l'exemple des matrices d'HEISENBERG. La valeur de chaque observable est liée à deux états distincts, seule la valeur moyenne est en général atteinte par la considération d'un seul état.

Les observables peuvent « multiplier » un état, le résultat étant un état.

Pour parvenir aux représentations, DIRAC fait appel à la propriété que chaque état doit pouvoir être développé en série suivant les états propres d'une observable arbitraire. Il a d'autre part recours à une équation symbolique pour traduire la relation liant les états propres et les valeurs propres d'une observable.

Les représentations qui, en pratique, sont les plus facilement utilisables sont celles qui sont construites à l'aide des valeurs propres simultanées d'un groupe complet d'observables qui commutent, c'est-à-dire qui se multiplient entre elles à la manière habituelle.

A l'aide de ces représentations, il est possible de donner une signification mécanique aux symboles abstraits (états et observables) de la théorie de DIRAC. En effet, la connaissance des états fondamentaux résulte de la considération des valeurs propres (nombres ordinaires) d'un groupe complet d'observables indépendantes et commutables et les *représentatifs* d'un état quelconque ou d'une observable quelconque s'expriment alors par des séries ou des intégrales à partir des symboles des états fondamentaux.

Toute représentation comporte un certain arbitraire, du fait que

l'on peut multiplier, sans renoncer aux *normalisations* indispensables à l'interprétation quantitative, les symboles des états fondamentaux par une fonction arbitraire de module unité. C'est dans cette circonstance que l'on doit chercher la signification mathématique des phases d'une représentation. Les formes intuitives de la mécanique quantique (HEISENBERG, SCHRÖDINGER) correspondent à des représentations particulières où les observables de base et les phases vérifient certaines conditions.

Les moments conjugués, lorsqu'ils existent, des variables dynamiques quantiques correspondant aux coordonnées canoniques au sens d'HAMILTON de la mécanique classique, prennent figure d'opérateurs différentiels linéaires, de même que l'hamiltonien (conjugué à la variable temps conformément à la théorie de JACOBI). On écrit alors symboliquement :

$$p_k = - \frac{i\hbar}{2\pi} \frac{\partial}{\partial q_k}$$

$$H = \frac{i\hbar}{2\pi} \frac{\partial}{\partial t}$$

Ces opérateurs, introduits dès l'origine en mécanique ondulatoire par des considérations intuitives de correspondance entre l'équation des ondes et l'expression hamiltonienne de la théorie de JACOBI, ne doivent pas être maniés sans précautions. En effet, le fait d'attribuer à ces opérateurs symboliques la signification d'*observables* au sens de DIRAC suppose que certaines conditions sont effectivement remplies par les phases de la représentation utilisée.

Dans la « mécanique générale » construite par M. J. L. DESROUCHES, certains opérateurs peuvent à la fois être appliqués aux fonctions d'onde solutions de l'équation fondamentale de SCHRÖDINGER, le résultat obtenu étant une nouvelle fonction d'onde, et être traités comme des observables dans l'interprétation physique. D'autres ne satisfont qu'à la première de ces deux conditions. D'autres enfin ne satisfont ni à l'une ni à l'autre (*Les principes de la mécanique générale*, n° 140 de la collection des exposés de physique théorique, Hermann, éditeur, 1934).

Les opérateurs ne doivent donc être introduits que dans le cadre d'une axiomatique, si l'on veut en déduire autre chose que de purs symboles. Nous ne nous évadons pas de notre sujet en appelant

l'attention sur ces résultats, car c'est la considération des opérateurs qui soude la mécanique ondulatoire (DE BROGLIE-SCHRODINGER) à la mécanique quantique (HEISENBERG-DIRAC) et pour que cette soudure ait un sens physique, il est nécessaire que les opérateurs utilisés puissent être considérés comme des observables. Cette difficulté ne se présente pas pour les extensions ondulatoire et quantique des problèmes les plus simples de la mécanique ordinaire, mais elle est très nette — nous le montrerons plus loin — dès que l'on cherche à traiter l'extension des problèmes relativistes.

En fait, si l'on considère la mécanique ondulatoire au sens de SCHRODINGER et la mécanique des matrices au sens d'HEISENBERG, telles qu'elles ont été définies au § III, les deux représentations dont elles sont issues dans le cadre général de la théorie de DIRAC (cas de la relativité *exclue*) peuvent être ramenées l'une à l'autre par un simple changement de phase. Une représentation de SCHRODINGER est fondée sur la considération d'observables qui commutent et qui sont les valeurs à un instant donné de variables dynamiques ; les phases ne dépendent pas *explicitement* du temps, non plus que la matrice représentant une observable arbitraire. Dans une représentation d'HEISENBERG, les observables de base sont des constantes du mouvement ; elles commutent entre elles et avec l'hamiltonien qui est supposé ne pas dépendre explicitement du temps. Les phases d'une représentation d'HEISENBERG étant par suite *totalement* indépendantes du temps, celui-ci peut être considéré comme un simple paramètre dans un changement de phase intéressant une telle représentation. Il suffit en fait d'un facteur de phase de la forme

$$e^{\frac{2\pi i H t}{h}}$$

où t est le temps et H la fonction d'HAMILTON pour passer de l'une à l'autre représentation. Ainsi se trouve démontrée l'équivalence des points de vue ondulatoire et quantique, issus cependant d'hypothèses fort éloignées.



RELATIONS D'INCERTITUDE D'HEISENBERG

Cette identité, quant aux conséquences, des points de vue « corpusculaire » et ondulatoire, s'éclaire en fait par un des aspects les plus paradoxaux en apparence de la mécanique des quanta : le principe d'indétermination — ou plus exactement *les relations d'incertitude* — d'HEISENBERG.

Nous avons déjà dit qu'en considérant un paquet d'ondes sinusoïdales on pouvait localiser (approximativement) la particule à laquelle ces ondes sont associées.

On démontre que si l'on tient la représentation ondulatoire pour correcte, il est impossible en toute rigueur de parler *simultanément* de la position et de la quantité de mouvement d'un corpuscule. L'incertitude qui règne sur la première (Δq) varie en raison inverse de celle qui règne sur la valeur *simultanée* de la quantité de mouvement (Δp) suivant l'inégalité :

$$\Delta p \Delta q \geq h \text{ (} h, \text{ constante de PLANCK)}$$

l'égalité n'ayant lieu que dans le cas le plus favorable. Il s'agit ici d'une limite essentielle qui ne traduit pas une simple imperfection des outils de mesure. Etant donné la petitesse de la constante de PLANCK, cette barrière est « purement fictive » en mécanique usuelle (comme le dit M. BOULIGAND), et l'on peut par conséquent continuer à formuler, *tel quel*, l'axiome copernicien des conditions initiales. A l'échelle de l'atome, cette barrière existe.

HEISENBERG a montré dans les *Principes physiques de la théorie des quanta* (traduction française, Gauthier-Villars, éd.) que la réciproque est vraie, c'est-à-dire que si l'on considère la représentation corpusculaire comme correcte en toute rigueur, les limites de validité

de la représentation ondulatoire conduisent à écrire des relations d'incertitude qui portent ici sur les valeurs *simultanées* de composantes du champ électrique et du champ magnétique.

HEISENBERG est arrivé aux relations d'incertitude à la suite d'un certain nombre d'*expériences de pensée* (ce terme qui a été utilisé à propos des raisonnements axiomatiques de Galilée est, en la circonstance, scrupuleusement exact, car l'expérimentation véritable à l'échelle voulue est ici inaccessible) : détermination (sous un microscope) de la position d'un électron libre, franchissement d'un seuil de potentiel par des électrons, etc... Pour DIRAC, ces relations d'incertitude sont directement liées aux conditions des quanta sous la forme algébrique où on les écrit en mécanique quantique.

Du point de vue mathématique, MM. R. FÜRTH et G. BOULIGAND ont montré que les relations d'incertitude n'étaient pas l'apanage de la mécanique des quanta (Voir G. BOULIGAND : *Relations d'incertitude en géométrie et en physique*, n° 143 des exposés de physique théorique, Hermann, éd., 1934). Les solutions des équations aux dérivées partielles que l'on rencontre dans la théorie de la chaleur et dans la théorie classique de la diffusion peuvent s'interpréter comme des *densités de probabilité* de même que celles de l'équation des ondes de SCHNÖDINGER. C'est dire que ces solutions peuvent être considérées comme réglant la *loi de probabilité* de deux variables aléatoires $p^* = K \frac{\delta}{\delta q_k}$ et q_k dont les incertitudes Δp_k et Δq_k sont liées par une relation d'incertitude du type d'HEISENBERG.

M. BOULIGAND note très justement que « selon la tradition, l'initiation première aux principes généraux du mouvement s'attache à préciser les lois de la dynamique du point matériel, qui préludent aux lois gouvernant les systèmes ou ensembles de points matériels. La tendance classique est donc celle du *déterminisme ultime*, prétendant soumettre les plus minuscules parcelles de matière à des lois encore très précises ». Au contraire, d'après le principe d'HEISENBERG « la légalité ne saurait avoir prise sur des systèmes par trop restreints ; elle règne seulement, par jeu de *compensation statistique*, sur les assemblages suffisamment importants ».

D'une façon précise, M. BOULIGAND rappelle avec M. FÜRTH que l'on peut considérer deux grandeurs aléatoires p et q dont les valeurs peuvent balayer respectivement deux droites rectangulaires, suivant une loi de probabilité donnée, les centres de gravité des

valeurs de p et q ayant des positions déterminées. C'est l'image de la légalité macroscopique d'un ensemble de particules.

En géométrie pure, on trouve des circonstances tout à fait analogues et ceci par des considérations tout à fait intuitives. M. BOULIGAND considère une courbe possédant une tangente en chaque point, répartie d'une manière continue, sans qu'il y ait rebroussement, et dont la tangente tourne dans un sens déterminé quand le point décrit la courbe. On peut établir une correspondance biunivoque entre le point courant de la courbe et sa tangente en ce point, en marquant sur la circonférence d'un cercle de référence le point C du cercle où la tangente au cercle est parallèle à la tangente en M à la courbe. A chaque arc de la courbe correspond un arc de la circonférence et réciproquement. Les points de la courbe et les tangentes se prêtent à « l'exercice d'une légalité locale, d'où l'on peut remonter aux propriétés d'ensemble de la correspondance ». C'est l'image du *déterminisme ultime*.

Au contraire, si la courbe considérée n'a de tangente en aucun point (elle correspond à une fonction sans dérivée), toute droite menée par M , point courant de la courbe, peut s'obtenir comme limite d'une suite de droites joignant deux points voisins de la courbe tendant vers M . C'est un « *schème d'indétermination totale* ».

Il est des cas intermédiaires : pour un arc convexe présentant des points anguleux, à chaque sommet de la ligne correspond un arc de cercle. Si, par contre, un profil convexe contient un côté rectiligne, son image se réduit sur la circonférence à un seul point. La correspondance est incommode en tant que ponctuelle, mais si l'on examine le passage d'un ensemble de points de la courbe à l'ensemble homologue du cercle, la *qualité de continu se conserve*.

Ces schémas sont des schémas d'incertitude *essentiels*. On peut en trouver d'autres qui ont un caractère plus concret. Si l'on considère une courbe matérielle d'une certaine épaisseur et qu'à l'intérieur de la zone balayée par le trait on trace la courbe minimum qui ait une courbure inférieure à une limite donnée, la tangente *macroscopique* réapparaît.

Si l'on interprète ainsi les relations d'incertitude d'HEISENBERG, on est conduit, par analogie, à admettre que ces relations traduisent une légalité d'ensemble, les éléments n'étant pas abandonnés au hasard pur et simple, mais aléatoires suivant une loi de probabilité donnée, laquelle est liée à l'équation fondamentale de SCHRÖDIN-

GER. On voit qu'il ne s'agit pas là de la faillite du déterminisme, comme des vulgarisateurs l'ont parfois avancé, mais d'un aménagement de la légalité classique.

On peut d'ailleurs, à ce sujet, s'orienter dans une voie différente, qui ne contredit pas la précédente, et qui rappelle davantage les principes de l'axiomatique de DIRAC. C'est ainsi qu'HEISENBERG écrit, dans l'ouvrage déjà cité :

« Les relations d'incertitude se rapportent au degré de précision possible pour la connaissance présente des valeurs *simultanées* de diverses grandeurs de la théorie des quanta. Elles ne limitent pas la précision, par exemple, d'une détermination de position ou d'une mesure de vitesse prise isolément ; leur action se manifeste seulement en ceci que toute expérience qui rend possible une détermination de position perturbe nécessairement, jusqu'à un certain degré, la connaissance de la vitesse » (et réciproquement).

Ici l'incertitude est présentée comme le fait d'une imperfection *essentielle* des mesures, due à une perturbation du système mesuré par l'appareil de mesure. Il est inutile de souligner que dans l'axiomatique copernicienne au contraire on postule de toute évidence l'absence complète d'interaction entre objet mesuré et outil de mesure.

En d'autres termes, on pourrait encore postuler l'axiome des conditions initiales mais on ne pourrait, *par recours à une image corpusculaire*, en mesurer simultanément les éléments conjugués (coordonnées et moments).

HEISENBERG dit encore :

La loi de causalité (c'est-à-dire la légalité) de la mécanique quantique pourrait s'exprimer de la manière suivante : « Si à un instant donné, certaines grandeurs physiques sont mesurées aussi exactement qu'il est possible par principe, il existe à tout instant des grandeurs dont la valeur peut être exactement calculée, c'est-à-dire pour lesquelles le résultat d'une mesure peut être prédit exactement, à condition que le système observé ne soit soumis à aucune autre perturbation que celle des mesures considérées. » D'autre part, la mesure d'une grandeur physique η consiste en général à *modifier* le système à mesurer dans lequel, avant la mesure, cette grandeur n'était connue qu'avec l'erreur $\Delta_1 \eta$ de telle sorte qu'après la mesure, l'erreur devienne $\Delta \eta_2 < \Delta_1 \eta$. Pour parvenir à ce résultat, on *perturbe* le système (introduction d'un champ, éclaircissement par

de la lumière, etc...). Le système devient alors un *mélange* d'états superposés, en nombre généralement infini, mais dans chacun desquels l'erreur est $\Delta_{\lambda}\%$. On choisit alors un état, parmi cette infinité, mais ce choix n'influence pas le système (voir le postulat de répétabilité) et sans changer le cours des faits, modifie seulement notre connaissance de ceux-ci.

Cette interprétation est fort subtile ; pour la relier à ce que nous avons dit de la théorie de DIRAC, nous ajouterons : une coordonnée q et son moment p ne commutent pas (ceci résulte des conditions des quanta). Un état propre pour q (mesure certaine de q) ne constitue pas simultanément un état propre pour p . La connaissance simultanément exacte de q et p est donc impossible.

Quelle que soit l'attitude adoptée à l'égard des relations d'incertitude, il semble naturel d'y voir un aménagement à la notion classique de *déterminisme ultime*, suivant l'expression de M. BOULIGAND. Mais il subsiste une légalité au moins macroscopique dans la plupart des schémas d'incertitude et les éléments mêmes suivent des lois de probabilité. Nous pencherions à y voir en outre la faillite partielle et réciproque de l'onde et de la particule en tant que représentations ; nous devrons revenir sur ce point.



TRAITEMENT RELATIVISTE DE LA MÉCANIQUE QUANTIQUE

Il est essentiel de rechercher dans quelle mesure la mécanique des quanta est susceptible de se concilier avec la théorie de la relativité, car « ces deux doctrines ont un caractère général et prétendent à régner sur toute la physique » (L. DE BROGLIE) (1).

La théorie des quanta s'est rencontrée une première fois avec la relativité, dans l'hypothèse de l'existence des photons ou quanta de lumière formulée par EINSTEIN pour expliquer l'effet photo-électrique. L'énergie totale d'un photon se trouve liée à sa quantité de mouvement par des considérations purement relativistes sur l'inertie de l'énergie.

Nous avons vu également que SOMMERFELD avait pu quantifier, au sens de BOHR, le problème képlérien de l'électron relativiste.

Enfin, la dualité onde-corpuscule qui est à la base de la mécanique ondulatoire est née, avec L. DE BROGLIE, de l'étude d'un problème relativiste, où la transformation de LORENTZ permettait de préciser les caractéristiques de l'onde associée à une particule libre en mouvement uniforme, à partir de celles d'une onde monochromatique sinusoïdale associée à cette particule dans le système de référence propre qui l'accompagne.

Il reste que, dans son évolution ultérieure, la mécanique des quanta s'est essentiellement développée au contact de la mécanique

(1) Dans tout ce chapitre, nous avons suivi la thèse développée par M. Louis DE BROGLIE dans les deux mémoires suivants : *Relativité et Quanta* (Revue de Métaphysique et de Morale, 3-1933) ; *Quelques remarques sur la théorie de l'électron magnétique de DIRAC* (Archives des Sciences physiques et naturelles, Genève, nov. 1933.)

classique. Suivant l'expression de L. DE BROGLIE « on a été en quelque sorte obligé d'abandonner le terrain relativiste et de constituer une mécanique ondulatoire qui est une promotion de la mécanique de NEWTON et non pas une promotion de la mécanique d'EINSTEIN. C'est là vraiment un fait étrange, car la mécanique ondulatoire paraissait ainsi renier son origine ».

Nous essaierons, dans la mesure où ceci peut être fait sans appel au calcul, de donner une idée des difficultés que rencontre ainsi le traitement relativiste des problèmes quantiques.

Tout d'abord, l'équation aux dérivées partielles de SCHRÖDINGER exprimant l'analogie ondulatoire d'un problème de mécanique classique est du premier ordre par rapport au temps et du second ordre par rapport aux variables de configuration. Il en résulte une dissymétrie essentielle qui ne cadre pas avec la théorie de la relativité.

Certes, même dans cette théorie, on ne peut affirmer que le rôle du temps et celui des coordonnées d'espace soient rigoureusement homogènes. Abstraction faite de la circonstance, mise en lumière par EINSTEIN, que le continuum de la relativité est à $3 + 1$ dimensions et non purement et simplement à 4 dimensions, chaque observateur — et ceci par nécessité physique même — « découpe d'une certaine façon dans ce continuum son espace et son temps » (1).

EINSTEIN exprime la même idée dans son premier mémoire (1916) sur la relativité généralisée : « En relativité restreinte aussi bien qu'en mécanique classique, les coordonnées d'espace et le temps sont doués d'une signification physique immédiate ».

Il ne semble donc pas possible, en toute rigueur, de soutenir avec MISKOSKI que « l'espace en soi et le temps en soi doivent rentrer intégralement dans l'ombre et que seule une sorte de complexe de ces deux concepts peut conserver une existence propre » (2).

Il reste qu'en cours des changements de repérage, les quatre variables du continuum sont nécessairement soudées et que les lois physiques doivent être covariantes au regard de ces changements. Il y a donc, dans toute extension relativiste d'une mécanique, une limite à la dissymétrie dans le rôle du temps et de l'espace.

Or, dans l'interprétation physique de l'axiomatique générale de

(1) *Ibid.*

(2) Conférence faite à Cologne en 1908.

la mécanique quantique, les probabilités respectives des différentes valeurs propres d'une observable (grandeur mécanique) attachée à un système donné se déduisent de l'équation des ondes. Il en est de même de la valeur moyenne d'une observable, laquelle est douée d'une signification physique immédiate et se présente comme une intégrale étendue à tout le domaine de variation des coordonnées d'espace. Le temps joue au contraire le rôle d'un paramètre, à l'exemple de ce qui se passe en cinématique ordinaire ; ce paramètre régit l'évolution des systèmes de la mécanique quantique, et sa coupure avec les variables de configuration est très nette.

Certes, on pourrait mathématiquement employer, pour la définition des valeurs propres et des valeurs moyennes, des domaines d'espace-temps et des intégrations dans l'espace-temps, mais on risquerait alors (1) de retomber « sur une physique entièrement statique, d'où serait bannie toute évolution ». On serait alors dans l'impossibilité d'analyser les actions diverses qui peuvent influencer un atome, dont les états stationnaires, invariables dans l'espace-temps, seraient déterminés par l'ensemble des actions subies ou à subir au cours du temps.

Nous avons eu l'occasion d'indiquer plus haut (chapitre III, § c) que la dynamique relativiste était susceptible d'une *extension ondulatoire*, à l'exemple de la dynamique ordinaire. Ceci veut dire seulement qu'en généralisant à la relativité l'équation classique de JACOBI, on peut en déduire la vitesse de propagation d'une onde associée à un point matériel relativiste soumis à une force dérivant d'un potentiel. L'équation correspondante, comme l'équation de JACOBI dont elle dérive, est du second degré par rapport à l'énergie.

Dans le cas du point libre relativiste, on écrira cette équation :

$$(1) \quad (H^2 - W^2)\phi = 0$$

H est l'hamiltonien, W l'énergie totale et ϕ la fonction d'onde.

Si, au contraire, on part du point de vue quantique (2), on sera conduit à écrire, avec les mêmes notations, l'équation :

$$(2) \quad (H - W)\phi = 0$$

(1) L. DE BROGLIE, *ibid.*

(2) Voir par exemple DIRAC, *Les principes de la mécanique quantique*, pp. 138 et seq. de la traduction française (Les Presses universitaires de France, éd. 1931).

Cette ambiguïté ne se rencontre pas dans la recherche des analogues ondulatoire et quantique d'un problème de mécanique ordinaire, du fait que, dans cette mécanique, l'équation de JACOBI est équivalente à celle des forces vives qui exprime la conservation de l'énergie.

La considération de l'équation (1) semble inévitable en relativité. A côté des solutions d'énergie positive qui figurent d'ailleurs dans l'équation (2) s'introduisent simultanément des solutions d'énergie négative qui, à première vue, constituent un paradoxe physique.

L'équation (1) est invariante au point de vue relativiste. Si — rien ne s'y oppose au point de vue purement mathématique, — on y remplace H et W par les opérateurs habituels, on constate qu'elle est du second ordre aussi bien par rapport au temps que par rapport aux coordonnées d'espace. La symétrie relativiste qui fait défaut à (2) est vérifiée, mais ceci au détriment de l'interprétation probabiliste habituelle de la mécanique quantique : la probabilité de présence de la particule n'est plus représentée par une forme définie positive (1).

C'est dans ces conditions que DIRAC a cherché à réaliser un compromis susceptible de concilier les deux points de vue relativiste et quantique.

Par un processus de *linéarisation* de l'hamiltonien relativiste H , il écrit une équation aux dérivées partielles du premier ordre par rapport aux dérivées $\frac{\partial}{\partial x}$, $\frac{\partial}{\partial y}$, $\frac{\partial}{\partial z}$ et $\frac{\partial}{\partial t}$ et aussi voisine que possible de l'équation (1).

Cette équation, qui est vectorielle, introduit en réalité quatre fonctions d'onde ou si l'on veut les quatre composantes d'une fonction d'onde espace-temps. Elle est invariante dans une transformation de LORENTZ. Elle laisse subsister simultanément les solutions d'énergie positive et les solutions d'énergie négative.

Circonstance remarquable, il se trouve que DIRAC met ainsi en évidence la rotation propre (spin) de l'électron, complément nécessaire au modèle atomique.

Introduisant ensuite le champ électromagnétique dans l'équation d'onde linéarisée, par un procédé déduit de la mécanique relativiste de l'électron, DIRAC retrouve en ne considérant que les

(1) L. DE BROGLIE, loc. cit.

solutions d'énergie négative, la structure fine du spectre de l'hydrogène déjà rencontrée par SOMMERFELD dans le traitement relativiste du modèle de BOHR. Le moment magnétique de l'électron, indispensable au physicien, se trouve en outre lié au spin ou moment cinétique de rotation propre.

Restaient les solutions d'énergie négative. DIRAC formule ici l'hypothèse essentielle que tous les états d'énergie négative sont occupés (à de rares exceptions près) par un électron dans chaque état conformément au principe d'exclusion de PAULI. Une lacune, seule décelable dans cette occupation homogène des états possibles d'énergie négative, se présente alors avec des caractéristiques contraires à celles du « remplissage » (1) c'est-à-dire avec celles d'une particule relativiste ayant même masse au repos que l'électron, mais une charge électrique positive (égale à la valeur absolue de la charge de l'électron) et, comme il se doit, une énergie totale positive.

A l'époque où DIRAC formulait sa théorie, cet élément (baptisé depuis électron positif ou positron) était inconnu du physicien. DIRAC crut alors devoir concéder qu'il s'agissait de *protons* « bien qu'il subsistât encore la difficulté due à la grande différence des masses ».

Le remarquable effort de DIRAC a donc permis, dans une certaine mesure, de concilier la mécanique des quanta et la relativité. Toutefois, aussi bien dans la théorie de DIRAC que d'une manière générale en mécanique quantique « le temps joue un rôle tout à fait différent des variables d'espace, contrairement à l'une des tendances fondamentales de la relativité » (2).

Même abstraction faite de cette difficulté, en faveur de laquelle on pourrait faire jouer la possibilité, dans un système de référence donné, de découper le continuum relativiste en espace et en temps, il reste que les seules grandeurs qui aient dans la théorie de DIRAC le caractère tensoriel exigé par la relativité sont, non pas les fonctions d'onde, mais les « densités de valeur moyenne » des observables attachées à une particule. Ces densités ne peuvent être elles-mêmes douées d'un sens physique, car il est nécessaire de les intégrer à tout l'espace pour retomber sur les véritables valeurs

(1) Ne pas oublier qu'il s'agit en fait du vide, au sens physique de ce terme.

(2) L. DE BROGLIE, *loc. cit.*

moyennes des différentes observables. L'accord complet avec la relativité n'intervient donc que pour des « grandeurs ayant le sens de moyennes et qui, du point de vue quantique pur, ne paraissent pas avoir de signification physique » (1).

En résumé, de l'avis de L. DE BROGLIE, la théorie de la relativité « qui est en réalité une théorie du type classique, le couronnement, pourrait-on dire, de la physique du continu » ne peut « sans avoir subi de modifications essentielles » s'accorder avec les discontinuités que suppose nécessairement la mécanique des quanta.

(1) L. DE BROGLIE, *loc. cit.*



LE POINT DE VUE DU PHYSICIEN

Bien que nous ne puissions nous étendre ici sur le point de vue même du physicien, il est indispensable d'indiquer très sommairement les résultats expérimentaux — ou plus exactement les interprétations mécaniques — que l'on doit à la théorie des quanta, celle-ci s'entendant de la dynamique des modèles atomiques.

Tout d'abord, la théorie de BOHR-SOMMERFELD permet de retrouver la série empirique de BALMER (répartition des raies de l'hydrogène dans le spectre visible) de compléter les séries de LYMAN, de PASCHEN et de BRACKETT et de les réunir toutes dans une seule explication.

Ce qui est remarquable dans le modèle atomique de BOHR c'est que tous les perfectionnements mécaniques qui lui ont été apportés ont eu pour effet d'expliquer de nouveaux phénomènes :

— la prise en considération du mouvement du noyau permet de distinguer le spectre de l'hydrogène de celui de l'hélium ionisé, du lithium doublement ionisé, etc... dont les modèles ne comprennent tous qu'un électron libre mais se distinguent par la masse du noyau ;

— l'application à l'électron du modèle de BOHR de la loi de variabilité de la masse avec la vitesse qui découle de la dynamique de la relativité a permis de prévoir et d'expliquer la *structure fine* du spectre de l'hydrogène (dédoublément ou détriplement des raies prévues par le premier modèle). Il s'agit d'un phénomène extrêmement ténu, l'écart entre les longueurs d'onde dans les doublets ou triplets étant de quelques centièmes d'angströms dans le cas de l'hydrogène, de quelques dixièmes dans le cas de l'hélium ionisé ;

— le fait de soumettre l'électron de BOHR à un champ électrique ou à un champ magnétique donne une explication de l'effet STARK ou de l'effet ZEEMANN (au moins en première approximation).

La mécanique ondulatoire conserve bien entendu tous ces résultats ; mieux, elle précise la théorie et la rapproche de l'expérience en maintes circonstances. Dès avant les travaux de Louis DE BROGLIE et SCHRÖDINGER, les physiciens, à l'occasion de l'étude des chaleurs spécifiques des corps solides, avaient été amenés à croire à l'existence de *demi-quanta* impossibles à admettre dans la théorie de BOHR et qu'introduit tout naturellement la mécanique ondulatoire dès le problème très simple que l'on appelle celui de l'oscillateur linéaire ; la quantification dans l'espace des modèles de BOHR, assez artificielle dans la première théorie et nécessaire à l'interprétation devient également naturelle avec la mécanique ondulatoire. Il en est de même pour l'explication satisfaisante de certains aspects de l'effet ZEMMANN.

Il y a plus : trois ans après que Louis DE BROGLIE eût lancé l'idée si féconde de la représentation ondulatoire de la matière, DAVISSON et GERMER arrivaient à mettre en évidence la diffraction des électrons par des corps solides, vérifiant ainsi à 1 ou 2 % près les lois de la mécanique ondulatoire. Il était naturel de voir dans cette expérience une raison de croire à la nature ondulatoire de la matière d'où le point de vue de l'onde matérielle (*onde pilote*). Les développements de la mécanique quantique ont obligé à abandonner ce point de vue en faveur de celui des ondes de probabilité, évoqué dans ce qui précède. Mais il reste le fait essentiel qu'ici la théorie la suscite l'expérience.

Cette circonstance s'est encore rencontrée pour les travaux de DIRAC.

A l'époque où il formulait sa théorie relativiste de la mécanique quantique, l'électron positif ou positron était inconnu du physicien.

En fait, les physiciens ont découvert depuis les électrons positifs. Ces éléments, qui sont des habitants normaux du vide, sont, en raison de leur charge électrique positive, éphémères au contact de la matière du fait que celle-ci renferme toujours des électrons négatifs (environ 3×10^{23} électrons par gramme quelle que soit la substance). L'électron positif ne vit que 10^{-9} seconde dans l'eau et 10^{-8} seconde dans l'air. C'est ce qui explique qu'on l'ait tout d'abord mis en évidence dans les rayons cosmiques.

Depuis, les expérimentateurs ont eu recours à d'autres moyens. Ils ont trouvé des électrons positifs de *matérialisation*, apparaissant par paires avec des électrons ordinaires lors du bombardement

d'atomes lourds à l'aide de rayons γ très pénétrants. Il est nécessaire que l'énergie du rayonnement incident soit supérieure à une valeur qu'avait exactement prévue la théorie de DIRAC (le double de l'énergie au repos d'un électron).

Ils ont également obtenu des électrons positifs de *transmutation*, qui apparaissent alors seuls grâce à l'action des rayons α du polonium (c'est-à-dire d'atomes d'hélium) sur les atomes légers (aluminium par exemple). L'aluminium (atome) se transforme alors en silicium, avec libération d'un neutron (particule sans charge électrique) et d'un électron positif.

Il est remarquable que l'une des conséquences de la mécanique quantique soit ainsi de donner l'explication d'une nouvelle chimie (chimie nucléaire) qui s'accompagne d'une transmutation d'éléments, à la faveur il est vrai d'une grande dépense d'énergie.

Nous avons déjà dit que dans sa théorie relativiste DIRAC avait retrouvé tous les phénomènes se rattachant à l'existence du spin de l'électron (structure fine et effets ZEEMANN anormaux).

De ces indications, si incomplètes qu'elles soient, résulte à l'évidence que la mécanique nouvelle — pour inutile qu'elle soit dans le domaine macroscopique que concerne la mécanique classique — a déjà à son actif de remarquables conséquences expérimentales dans la physique atomique et dans l'étude des raies spectrales.



LE POINT DE VUE ÉPISTÉMOLOGIQUE

A l'aide des quelques matériaux rassemblés dans ce qui précède, nous pouvons aborder maintenant le point de vue de la méthode proprement dite.

Pour situer devant la théorie des quanta l'attitude du philosophe, nous prendrons comme point de départ la thèse développée par E. MEYERSON dans son dernier ouvrage (*Réel et déterminisme dans la physique quantique*, Exposés de philosophie des sciences, Hermann, éd.). Disons toutefois dès maintenant qu'en conjuguant les différents points de vue analysés jusqu'ici, nous croyons pouvoir, comme nous l'avons annoncé au début, aboutir à des conclusions sensiblement différentes de celles de MEYERSON.

a) MEYERSON s'élève tout d'abord contre l'idée exprimée par M. LANGEVIN et suivant laquelle « le physicien, pour maintenir à la fois la notion d'un réel *objectif* indépendant de l'observateur et le déterminisme considéré communément comme indispensable à la science, sera amené à abandonner l'individualité du réel postulé. »

Cette opinion est également celle de PLANCK qui ajoute que le déterminisme est à la base de la connaissance scientifique et même des théories sur la nature du réel. L'image de l'univers ou *Weltbild* ne serait qu'une construction jusqu'à un certain point arbitraire ; les éléments de cette image, très éloignés du monde des sens, apparaissent comme des poids morts que l'on accepte en raison de l'avantage essentiel que présente l'ensemble, lequel a pour objet d'affirmer un déterminisme rigoureux.

b) MEYERSON se demande si les atomistes anciens avaient ou non conçu la notion de loi, au sens où nous l'entendons aujourd'hui (1) et s'ils n'avaient pas pour but essentiel de suivre « la

(1) N'est-ce pas cependant DÉMOCRITE qui a formulé le principe : « tout arrive par loi (νόμος) et par nécessité (ἀνάγκη) ? »

doctrine élastique de la permanence de l'être, l'être unique de PAR-MENIDE ayant été morcelé pour sauver les phénomènes par l'existence et le déplacement de particules immuables ».

c) Il analyse alors le concept de force, qu'il considère comme devant être rattaché, comme le faisait LEIBNITZ, à la sensation d'effort. Mais un effort constant serait contradictoire en lui-même la sensation d'après HUME ne pouvant devenir permanente, faute de quoi elle ne serait plus. La force est donc un être purement paradoxal, qui n'a d'autre excuse que d'expliquer des phénomènes.

Pour MEYERSON, et ceci est l'idée fondamentale de sa philosophie, telle qu'il l'a développée dans le grand ouvrage intitulé « *Du cheminement de la pensée* », toute explication se ramène inmanquablement à une identification. La force ne peut donc rien expliquer qu'autant qu'elle est « identique à elle-même et constante dans le temps ». Tous les individus de la physique atomique (molécules, atomes, sous-atomes) sont également tenus pour « indestructibles, incréables, immodifiables et uniformes ». Ce sont, comme la force, des objets du second ordre, différents des objets du sens commun, eux-mêmes dérivés directement des sensations.

d) Au cours de son travail, le physicien se libère bien moins complètement du réalisme naïf du sens commun qu'il n'aimerait à le croire. Cette libération ne saurait être achevée. HEISENBERG a-t-il pu vraiment s'affranchir du concept classique du mouvement, comme cela a été avancé par BOHR ? Pour LOUIS DE BROGLIE lui-même, l'électron est sensé se mouvoir comme un obus chargé. EDDINGTON semble être le jouet d'une illusion lorsqu'il affirme que le physicien n'emprunte plus ses matériaux aux objets familiers, que ses matériaux *bruts* sont l'éther, les électrons, les quanta, les potentiels, les fonctions d'HAMILTON et qu'il a soin de garder ces notions de toute contamination par des conceptions empruntées à l'univers réel.

Pour MEYERSON, le concept de la théorie scientifique doit nécessairement rappeler celui du sens commun. Le vif succès obtenu par la nouvelle mécanique formulée par LOUIS DE BROGLIE s'expliquerait par l'espoir, grâce à la représentation ondulatoire, de se rapprocher ainsi d'une image du réel. Le réel de la perception spontanée ne peut être « par décret » écarté des théories plus abstraites.

e) D'une manière générale, les savants cherchent à sauver le déterminisme, sauf à accepter un réel non individuel, inadmissible aux yeux du métaphysicien.

Or, la croyance à des lois imprescriptibles ne tire point son origine de l'expérience. Le domaine des lois est fini, celui des faits illimité. Nous avons cru à la légalité avant la science ; c'était là une supposition indispensable pour créer la science.

Le fait que la certitude et la prévisibilité se présentent comme n'ayant d'autre fondement que statistique n'est pas propre à la théorie des quanta : la thermodynamique le montrait déjà.

L'indétermination, dans les quanta, croît du molaire macroscopique à l'atomique. Il peut y avoir légalité d'ensemble et indétermination (au moins relative) des individus. Ici MEYERSON considère comme difficile à concevoir que l'on puisse à la fois admettre l'indéterminé et le déterminé dans un même ensemble, de même que deux modes simultanés de représentation : onde et particule. Il concède toutefois que le libre arbitre échappe à la science, et reconnaît qu'il y a une distinction à faire entre l'aléatoire régi par une loi de probabilité et l'indéterminé complet.

f) Sur la croyance au déterminisme du point de vue philosophique, MEYERSON indique les idées des stoïciens et celles de SPINOZA pour lequel il n'est rien donné de contingent dans la nature. Mais il considère comme moins grave que la faillite des représentations celle de la légalité, et ceci au nom du réel concret. Dans l'attitude inverse, il voit l'influence de l'épistémologie positiviste. Cependant, chez Auguste COMTE lui-même, on trouve mentionnée la possibilité d'un réel complètement déréglé, au-dessous du réel observé par le physicien qui est légaliste. Mais COMTE était conduit à envisager cette hypothèse par des considérations de politique sociale, qui n'ont rien à voir avec la science.

Pour M. SCHLICK, disciple de MACH, la légalité apparaît comme un principe régissant entièrement l'intellect, mais comme ne régissant que partiellement les choses.

g) Sur la portée des représentations, MEYERSON cite HEISENBERG qui déclare : « Nous croyons comprendre *intuitivement* une représentation, lorsque les conséquences expérimentales de celles-ci sont imaginables sans qu'il y ait contradiction. » SCHRODINGER, au contraire, est plus réaliste et considère certains aspects de la mécanique quantique comme caractérisés par un « défaut d'intuitivité et un abstrait effrayants, voir rebutants ».

MEYERSON admet bien la différence essentielle entre les entités du physicien et les objets du sens commun, mais il estime qu'en forgeant une représentation c'est moins à ses conséquences logiques que l'on songe qu'à l'image même qu'elle offre et par laquelle on espère pénétrer l'essence des phénomènes.

h) La conclusion de MEYERSON est la suivante :

« Il est important d'observer que le physicien des quanta se trouve dans une situation très particulière, puisqu'il est en présence de deux images et que celles-ci sont parfaitement contradictoires, inconciliables dans l'imagination. Le physicien, quoi

« qu'il en ait, ne peut penser à une chose qui serait à la fois corpuscule et ondulation et doit se contenter de penser à un objet qui est tout à tour l'un ou l'autre. Et dès lors, la notion même de l'objet tend à pâlir chez lui, elle tend à lui échapper au point qu'il arrive, dans son désarroi, à borner sa pensée au mathématique pur, à ne plus raisonner qu'en mathématicien..... Le physicien des quanta, en tant que physicien, pense très certainement en réaliste, ne peut penser qu'en réaliste. Mais le substrat de son réel — qui, étant censé revêtir simultanément deux aspects contradictoires, ne peut être véritablement conçu sous aucun des deux — manque à tel point de contour précis qu'il semble constamment prêt à s'évanouir, à se dissoudre dans le néant..... Si la moindre possibilité s'en offrait, on verrait les chercheurs avec empressement, revenir à une image tant soit peu concrète, réalisable dans la pensée de l'univers, à un *Weltbild* selon l'expression de M. PLANCK. »

L'analyse qui précède montre que les problèmes essentiels que pose, du point de vue de la méthode, la mécanique des quanta, sont :

— d'une part, la mesure dans laquelle cette mécanique porte atteinte à la légalité classique ;

— d'autre part, la signification que conservent, dans cette mécanique, les représentations intuitives (ondes et particules) et la mesure dans laquelle cette mécanique peut donner une image du réel ou *Weltbild*.

Les deux problèmes ne sont d'ailleurs pas complètement indépendants.

Sur le premier point, deux attitudes semblent admissibles.

Nous avons eu l'occasion de constater que, suivant DIRAC et HEISENBERG, le fait qu'une mesure ne se traduise en général que par une probabilité et non par une certitude peut être attribué à l'interaction entre le système observé et l'outil de mesure. Il n'y a pas d'impossibilité théorique, dans des cas convenablement choisis, à effectuer de mesures *exactes* (ou certaines) des *différents* individus de la mécanique des quanta, mais la mesure *simultanément exacte* en toute rigueur de la position et de la quantité de mouvement d'un corpuscule est impossible (c'est la circonstance que traduisent les relations d'incertitude d'HEISENBERG) du fait de la perturbation que la mesure de la première apporte nécessairement à celle de la seconde (et inversement). Seule cette perturba-

tion empêche de formuler l'axiome copernicien des conditions initiales.

Une seconde attitude consiste à admettre que la légalité ne régit que les ensembles suffisamment importants, les individus n'étant pas purement et simplement indéterminés, mais seulement aléatoires suivant une loi de probabilité qui se déduit d'ailleurs de l'équation des ondes de SCHRODINGER. Cette attitude est illustrée par les schémas de MM. FÜRTH et BOULIGAND, schémas que nous avons eu l'occasion d'analyser plus haut. Dans le macroscopique, à la manière classique, il y a légalité, mais dans le microscopique (domaine de l'atome) il ne subsiste que des lois de probabilité.

Or, en anticipant ici sur une forme du point de vue idéaliste, il est permis de considérer les éléments atomiques comme des images commodés, mais qui demeurent des conceptions de l'esprit qu'on ne saurait toucher du doigt. On est alors conduit, pour sauver à la fois la légalité et la notion du réel objectif indépendant de l'observateur (et non perturbé par les mesures) à ne plus attacher de signification physique qu'aux seuls ensembles. Cette attitude, l'analyse de MEYERSON nous l'a montrée, serait celle de PLANCK et de LANGEVIN.

Il semble qu'elle soit la plus naturelle ; elle ne paraît d'ailleurs pas procéder seulement du désir, qui serait d'ailleurs légitime, de conserver le maximum de légalité, mais également d'un certain scepticisme — très net chez HEISENBERG — sur le crédit à attribuer aux *inobservables* des théories atomiques, lesquels sont légion. Historiquement, la mécanique des matrices est bien née de cette dernière préoccupation, comme on l'a vu plus haut, et les relations d'incertitude, dont l'interprétation est ici en cause, ne se sont présentées que comme des conséquences des postulats fondamentaux. Elles peuvent conduire à renforcer les objections premières aux inobservables et les individus auxquels ont renoncera ainsi ne peuvent prétendre être des images (même seulement rationnelles) du réel ; c'est l'ensemble qui, au sens de PLANCK, donne un *Weltbild*, mais non les constituants.

Du point de vue strictement scientifique, il paraît tout à fait vain de chercher dans l'atomisme des quanta le prolongement de l'atomisme des anciens. L'opinion de POINCARÉ était déjà très nette à ce sujet, dès les premiers travaux de PLANCK sur le rayonnement du corps noir : « Lorsque DÉMOCRITE a inventé les atomes, il les

considérât comme des éléments absolument indivisibles. C'est ce que cela veut dire en grec, et c'est d'ailleurs pour cela qu'il les avait inventées ; derrière l'atome, il ne voulait plus de mystère. L'atome du chimiste (1) ne lui aurait donc pas donné satisfaction, car cet atome n'est nullement indivisible, il n'est pas exempt de mystère ; *cet atome est un monde*. DÉMOCRITE aurait estimé qu'après nous être donné tant de mal pour le trouver, nous ne sommes pas plus avancés qu'au début ; ces philosophes ne sont jamais contents. » (*Bulletin de la Société française de physique*, 1912.)

Il n'y a donc rien de comparable, réserve faite de la terminologie, entre l'atomisme des quanta et l'atomisme métaphysique des Anciens.

En outre, l'axiomatique de la mécanique classique elle-même a sensiblement évolué depuis NEWTON. Dans les *Principia*, la notion de repos absolu résulte d'un véritable acte de foi : « Il serait absurde que les lieux absolus se mûssent... Le seul transport hors de ces lieux fait les mouvements absolus ».

La mécanique moderne est moins exigeante. Bien que scrupuleusement légaliste, elle accepte de se borner à considérer des repérages privilégiés, où les lois du mouvement sont plus simples, et ne présuppose pas nécessairement de repérages au repos absolu. Sans cela elle n'aurait pu s'accommoder des novations relativistes, et ceci dès le stade restreint.

Nous sommes bien d'accord avec MEYERSON sur le fait que le domaine de la légalité est beaucoup plus restreint que celui de l'expérience ; seule une classe privilégiée de phénomènes peut répondre à un principe de moindre action, ce qui est à la fois nécessaire et suffisant pour les interprétations mécaniques, au sens classique.

Les efforts des savants ont tendu de tout temps à créer des édifices déterministes, afin de pouvoir en déduire des prévisions. Mais toutes les lois, même les mieux observées comme celles de la mécanique céleste, ont été, en première analyse, déduites d'un réseau de statistiques, ou, si l'on veut, d'expériences répétées inlassablement, tels par exemple les catalogues d'étoiles amassés de toute antiquité.

(1) Et à fortiori, celui de BOHR.

En négligeant les légères divergences que l'on pensait pouvoir mettre sur le compte d'erreurs accidentelles, on a pu énoncer, tant en physique qu'en mécanique, des lois absolues. L'effort de simplification a été voulu ; dans le macroscopique, il se justifiait.

Il est hors de doute qu'à l'opposé la science ne saurait s'occuper du domaine du libre arbitre ; les savants ne peuvent même réfléchir longuement, par exemple, au jeu de pile ou face qui, exécuté par des joueurs honnêtes (ceci est une exclusion de l'une des formes du libre arbitre que mentionnent tous les traités de probabilités), dégage, à l'aide des grands nombres, une probabilité de 50 %. Mais lorsqu'après un réseau considérable d'expériences, ils constatent pour un résultat donné une probabilité très voisine de l'unité, ils sont naturellement conduits à postuler une certitude et ensuite, si cela est possible, une loi régissant le phénomène étudié. L'application d'une telle loi permettra non seulement de sauver ce phénomène, mais de le prévoir à partir de conditions initiales définies. Les écarts entre la certitude et la très forte probabilité constatées seront mis au passif de perturbations d'ailleurs inconnaissables.

L'un des aspects les plus intéressants de la nouvelle mécanique est précisément de prendre en considération, avec DIRAC, les perturbations introduites par les mesures. Sous cette forme l'atteinte, d'ailleurs partielle, à la légalité ne semble pas pouvoir être rejetée *a priori*. On admettrait alors, contrairement à la thèse de M. SCHLICK citée par MEYERSON, que toute science expérimentale suppose à l'origine un stade statistique, et que la légalité même ne résulte que d'un *simple passage à la limite*. Dans le microscopique, ce passage à la limite n'est plus toujours justifié ; c'est là une des conséquences les plus curieuses de la nouvelle mécanique. Nous avons dit, au passage, que certains continuateurs de la théorie de Dirac rejetaient même les cas purs où une expérience peut se traduire par un résultat certain, car il y aurait alors perturbation inévitable à toute mesure. Or cette circonstance (existence d'une certitude) est sinon suffisante du moins nécessaire pour formuler une loi, au sens classique.

Il est essentiel de rappeler que dans la mécanique des quanta subsiste un principe d'évolution. La forme même de l'équation de SCHRÖDINGER le montre à l'évidence. Les états de DIRAC eux-mêmes sont permanents sauf perturbation. Et cette permanence — fort différente de celle que MEYERSON attribue aux concepts —

admet une évolution déterminée à la manière classique, comme le serait le mouvement d'un système à partir de conditions initiales données.

La mécanique des quanta ne permet donc pas de conclure à la faillite du déterminisme, comme on l'avance parfois. Son illégalité relative tient à la circonstance qu'elle s'occupe d'expériences trop délicates pour que l'on puisse, d'une manière générale, ne pas tenir compte de l'interaction entre le système étudié et les outils de mesure.

La mécanique des quanta oblige d'autre part à revenir sur le problème fondamental des représentations.

Dans ce problème, nous entendrons par *réel* le domaine même de l'expérience, sans nous soucier ici de la manière dont il peut être déduit des sensations. Nous sommes d'accord avec MEYERSON sur le fait que les entités du physicien sont des *objets du second ordre*, essentiellement distincts des objets du sens commun.

Il est remarquable de constater que cette idée fondamentale existait déjà chez NEWTON ; elle semble constituer une dérogation nécessaire au dogmatisme des *Principia*.

On peut se demander si la célèbre déclaration « *Hypotheses non fingo* » ne provient pas du fait que les affirmations en matière de concepts (temps, espace) semblaient si évidentes à NEWTON qu'il se refusait à y voir des suppositions.

Mais, après avoir dit : « Le temps absolu, vrai et mathématique, sans relation directe à rien d'extérieur, coule uniformément et s'appelle durée » et d'autre part : « L'espace absolu, sans relation aux choses externes, demeure toujours similaire et immobile », il a soin d'ajouter :

« Le temps relatif, apparent et vulgaire, est cette mesure *sensible* et externe d'une partie de durée quelconque (égale ou inégale) prise du mouvement : telles sont les mesures d'heures, de jours, de mois, etc... dont on se sert ordinairement à la place du temps vrai. »

« L'espace relatif est cette mesure ou dimension mobile de l'espace absolu, lorsqu'elle tombe *sous nos sens* par la relation au corps et que le *vulgaire confond* avec l'espace immobile.

« Il est très possible qu'il n'y ait point de mouvement parfaitement égal, qui puisse servir à la mesure exacte du temps, mais le temps absolu doit toujours couler de la même manière. »

Il y a plus :

« Les quantités *relatives* ne sont pas les *véritables quantités* dont elles portent le nom, mais ce sont les *mesures sensibles*, exactes ou non exactes, que l'on emploie ordinairement pour les mesurer... On aurait tort si l'on entendait par les mots de temps, d'espace, de lieu et de mouvement, *autre chose que les mesures sensibles de ces quantités, excepté dans le langage purement mathématique.* »

Les concepts newtoniens de temps et d'espace ont indiscutablement le caractère de jugements *a priori*. NEWTON n'hésite pas ainsi à postuler l'existence du mouvement parfaitement égal, c'est-à-dire du mouvement uniforme, alors même que l'univers réel n'en offrirait point d'exemple.

Bien que directement issus des idées newtoniennes, les concepts modernes ont dû subir quelques aménagements. La mécanique classique, nous le rappelons, ne présuppose pas *nécessairement* de repérages au repos absolu, ni de temps invariant dans un changement de système de référence. En outre, elle peut se décrire dans des espaces plus généraux que l'espace euclidien. Si cet ensemble de circonstances n'avait pas été vérifié, la mécanique classique n'aurait pu admettre aucune des novations relativistes.

Il reste qu'en introduisant la distinction essentielle entre les concepts (temps, espace) et les éléments sensibles qui en constituent l'image vulgaire, NEWTON a jeté les bases de l'interprétation physique de la mécanique.

Les individus abstraits introduits en mécanique (et en particulier les « observables » de DIRAC) sont des objets du second ordre, distincts des objets du sens commun directement accessibles à l'expérience, et dont ils constituent les analogues rationnels. Mais au sens moderne, ils ne constituent pas des jugements *a priori*, alors que pour NEWTON ils semblent bien avoir représenté une nécessité même de l'esprit.

Le point de vue moderne se prête ainsi — et cela semble une nécessité inéluctable — aux modifications qui peuvent être dictées par des expériences nouvelles. Nous avons déjà observé qu'il était normal que les axiomes de la mécanique, *dégagés* originellement de l'expérience, fussent un jour submergés par celle-ci. La théorie des quanta nous oblige, en fait, à de telles revisions, mais à des revisions acceptables car, dans tous les cas où l'on peut négliger la constante universelle de PLANCK, c'est-à-dire dans tout le do-

maine macroscopique, les phénomènes expliqués par la mécanique ordinaire demeurent sauvés.

La représentation traditionnelle de la mécanique classique est à base de points matériels, ou, si l'on veut, de particules. La dynamique des systèmes se déduit par sommation ou intégration de celle du point matériel.

Dès le premier mémoire de L. DE BROGLIE se trouve introduit à côté du point matériel, un paquet d'ondes associées à ce point, et dont l'amplitude résultante est approximativement localisée en ce point.

Il importe de souligner cette circonstance fondamentale qu'à l'aide d'une induction fort naturelle sur le mouvement d'un point matériel décrivant une trajectoire fermée, *la seule cohérence de l'association onde-particule lie les conditions des quanta*, c'est-à-dire les discontinuités nécessaires à l'interprétation mécanique de la structure des raies spectrales, qui n'avaient pu être introduites par BOHR qu'à l'aide d'une sélection nettement arbitraire dans les solutions admissibles, au sens classique, d'un problème de mécanique.

Le progrès rationnel ainsi annoncé par L. DE BROGLIE s'est trouvé, dans le point de vue ondulatoire, confirmé par les travaux de SCHRODINGER, les conditions des quanta résultant exclusivement de restrictions toutes naturelles imposées aux solutions de l'équation des ondes (continuité, régularité, uniformité, nullité à l'infini). Dans le point de vue quantique, introduit en premier lieu par HEISENBERG, ces mêmes conditions des quanta prennent un caractère purement algébrique, et s'incorporent ainsi aux postulats de la mécanique des matrices, elle-même dérivée par analogie, comme nous l'avons indiqué plus haut, de l'électromagnétique et de la mécanique corpusculaire classiques.

La dualité onde-corpuscule a donc été, dès les premiers travaux de L. DE BROGLIE, fructueuse du point de vue logique en offrant un moyen naturel d'introduire en mécanique les discontinuités des niveaux d'énergie d'un système imposées par les expériences de physique atomique.

Cette dualité même est cependant considérée par certains comme une faiblesse de la nouvelle théorie : c'est ainsi que pour MEYERSON, le physicien doit nécessairement penser à l'aide d'images concrètes. Or, si on leur attache un sens matériel, les deux images de l'onde

et de la particule apparaissent contradictoires et irréductibles l'une à l'autre, d'où le « *désarroi* » qui oblige le physicien à borner sa pensée au mathématique pur.

Il semble que de telles objections ne fassent que renouveler la querelle bien connue qui a toujours divisé et qui divise encore les *sensualistes* et les *idéalistes*. Pour les sensualistes, auxquels MEYERSON semble s'apparenter par défiance à l'égard de la pensée logique qu'il considère comme nécessairement « quiescente », le réel de la perception spontanée ne saurait être écarté, même « par décret » des théories en apparence les plus abstraites. Ce sont des représentations dotées d'un sens matériel qui guiderait en fait la pensée et qui permettraient de pénétrer l'essence des phénomènes. Sous ce jour, la mécanique des quanta se heurte en effet à de graves objections de principe.

Pour l'idéaliste, au contraire, la dualité onde-corpuscule ne peut *a priori* donner lieu à difficulté. Les représentations n'ont à ses yeux de valeur autre que symbolique ou si l'on veut linguistique. Elles ne sauraient en aucune manière dominer le sens ou la portée d'une théorie. Des éléments abstraits tels que l'onde et la particule peuvent être simultanément ou alternativement utilisés dans le langage d'un même ensemble de déductions, sans qu'il en résulte de contradiction. Nous ne pouvons mieux faire, pour fixer le point de vue idéaliste, que de citer DIRAC, dont l'opinion est particulièrement nette :

« Les notions d'onde et de particule doivent être considérées comme deux abstractions utilisées pour décrire une seule et même réalité physique. On ne doit pas se représenter cette réalité comme quelque chose contenant à la fois des ondes et des particules qui réagissent les unes sur les autres, ni essayer de construire un mécanisme qui puisse décrire correctement leurs rapports en rendant compte du mouvement réel des particules. Toute tentative de ce genre irait directement à l'encontre des principes qui sont à la base de la physique moderne. La mécanique quantique ne fait que tenter de formuler des lois fondamentales de telle manière qu'on puisse en déduire sans ambiguïté ce qui se passe dans des conditions expérimentales données. Tout essai pour pénétrer dans le mécanisme des relations entre ondes et particules, plus profondément que ne l'exige ce but précis, serait inutile et dénué de sens. »

L'idéalisme n'exclut nullement le constant souci de l'expérience.

Dans l'ouvrage dont nous extrayons la citation précédente, DIRAC déclare : « J'ai tâché de maintenir la physique au premier plan... en examinant, chaque fois que cela était possible, le *sens physique caché sous le formalisme mathématique*. »

DIRAC souligne encore, à l'occasion de l'équation de SCHRÖDINGER, que l'on a qualifié celle-ci d'équation des ondes parce que dans beaucoup de cas simples ses solutions ont la forme d'ondes se mouvant dans l'espace des coordonnées, mais que dans le cas général il n'en est pas ainsi et que c'est par une simple convention de langage que les solutions de cette équation sont encore appelées *fonctions d'onde*. Dans la théorie de DIRAC, c'est l'interprétation sous forme d'amplitude de probabilité des solutions de cette équation qui est fondamentale, et nullement la représentation ondulatoire qu'on peut y attacher parfois.

Il n'est pas niable que le physicien qui observe une chambre de Wilson, traversée de sillages rectilignes de gouttelettes de vapeur d'eau condensée, évoquera nécessairement l'idée que les rayons α qui traversent la chambre sont des *particules* dont il voit les trajectoires. Regardant au contraire les anneaux de diffraction obtenus par DAVISSON et GERMER dans l'expérience dont nous avons parlé, le même physicien évoquera non moins nécessairement l'idée de l'*onde matérielle*. Ce sont là deux images intuitives, d'ailleurs contradictoires, que, dans le point de vue sensualiste, on désirerait conserver. Mais alors il y aurait deux physiques, l'une de l'onde, l'autre de la particule, s'excluant mutuellement et se partageant les phénomènes. Il y aurait deux *Weltbild*, au sens matériel de ce terme. Pour l'idéaliste, au contraire, le but essentiel est d'inclure les phénomènes dans une même explication déductive. Cela est possible en la circonstance, à l'égard des deux expériences citées, mais à la condition essentielle de renoncer à parler d'autre chose que d'*hamiltoniens quantiques* et d'*ondes de probabilité*. Le *Weltbild* lui-même s'est épuré, il n'est plus qu'une *explication* logique. Tel nous semble bien être le point de vue partagé par DIRAC et HEISENBERG. Au fond, le *panmathématisme* est au prix de cet effort d'abstraction.

Cela ne veut nullement dire que l'univers réel soit peuplé d'individus mathématiques, ce qui serait absurde. D'ailleurs, les individus mathématiques se divisent en deux classes, ceux qui sont purement abstraits ou inobservables et les « observables » qui sont les

analogues rationnels de quantités expérimentalement mesurables, mais qui constituent encore des abstractions.

Cela ne veut pas dire non plus que les images intuitives (onde et particule) n'aient pas joué un rôle dans la création même de la mécanique des quanta.

Ce que dit à ce sujet MEYERSON des ondes de L. DE BROGLIE est fort vraisemblable, encore qu'il eût appartenu au fondateur même de la nouvelle mécanique d'exprimer sur ce point sa pensée.

Mais ce n'est pas le mécanisme même de la découverte, domaine réservé aux seuls créateurs de la théorie, qui nous occupe ici. Notre entreprise est beaucoup plus modeste et nous nous réclavons seulement du grand nombre de ceux qui, dans la direction nouvelle ouverte par les grands artisans de la nouvelle mécanique, cherchent le chemin de la déduction, dans l'espoir d'être convaincus.

Dans cette dernière recherche, nous ne voyons pas d'autre refuge que le point de vue idéaliste car, dans la nouvelle mécanique, les représentations auxquelles on pourrait penser faire appel sont beaucoup plus faillibles que dans l'ancienne.

HEISENBERG a en effet montré que ni l'onde, ni la particule ne peuvent être considérées comme des images correctes de la réalité. La dualité onde-corpuscule de la mécanique quantique s'accompagne d'une faillite partielle et réciproque de ces deux représentations. Si l'on tient la représentation ondulatoire pour correcte, on aboutit aux relations d'incertitude c'est-à-dire à l'impossibilité de connaître simultanément la position et la vitesse d'une même particule. Le fait de tenir pour exacte la représentation corpusculaire conduit corrélativement à une critique de la représentation ondulatoire, se traduisant par de nouvelles relations d'incertitude entre les valeurs des composantes des champs électrique et magnétique. La seule façon de réconcilier ces deux représentations, comme l'a noté L. DE BROGLIE est d'ordre statistique.

Soulignons encore que le point de vue idéaliste ne semble pas devoir trouver son expression dans l'opinion d'EDDINGTON, reproduite plus haut d'après MEYERSON. Les matériaux bruts du physicien ne sauraient être constitués par autre chose que l'expérience, dont il est d'ailleurs loisible à l'idéaliste d'avoir le plus grand souci (HEISENBERG et DIRAC en particulier en sont la preuve). Un concept comme *l'éther* n'a qu'une valeur strictement symbolique.

Lorsque EINSTEIN, à l'occasion de la relativité restreinte, l'a

déclaré superflu, il n'a pu choquer que des sensualistes qui exigeaient un support aux ondes lumineuses, quitte à le doter d'ailleurs de caractéristiques assez paradoxales. Un idéaliste pouvait être convaincu par le raisonnement d'EINSTEIN suivant lequel la considération de l'éther ne s'imposait plus, aucun système de référence ne pouvant jouir de propriétés particulières du fait qu'il se trouverait au repos par rapport à un tel milieu. HEISENBERG note encore que, dans le point de vue ondulatoire, on peut ne plus parler de l'électron, sa charge et sa masse (au repos) devenant des constantes universelles qui figurent dans l'équation des ondes.

Le panmathématisme, dont la mécanique des quanta est une manifestation dans la mesure où elle explique la structure des raies spectrales analysée jusqu'alors empiriquement, a d'ailleurs d'une manière générale pour conséquence une réduction du nombre des concepts (toute l'évolution de la science le montre à l'évidence) et en tous cas une *épuration* de ceux-ci.

. * .

Nous arrêterons ici ces quelques réflexions sur la mécanique des quanta. Nous devons nous excuser par avance des erreurs que nous avons pu commettre en traduisant la pensée à la fois si subtile et si diverse des auteurs dont nous avons essayé de résumer — très partiellement d'ailleurs — les travaux. Il est toujours difficile de parler de méthode en marge de la science, sans déformation de celle-ci. Si cela est vrai d'une théorie déjà assise, ce doit l'être plus encore d'une doctrine aussi récente que la mécanique des quanta et dont l'évolution se poursuit chaque jour.

La théorie des quanta, en dehors de ses conquêtes expérimentales, présente l'intérêt essentiel d'obliger à un nouvel examen des principes sur lesquels reposent les interprétations mécaniques classiques. Ni l'axiomatique, ni la légalité, ni les représentations traditionnelles ne peuvent subsister telles quelles devant les nécessités expérimentales de la physique atomique.

Il semble nécessaire de reconnaître que les axiomes coperniciens, nés de l'observation, ne sont pas intangibles en présence d'expériences nouvelles, dans la limite où on peut continuer à sauver les phénomènes déjà acquis, que la légalité classique ne s'applique en

toute rigueur qu'à des ensembles suffisamment importants, les éléments de ces ensembles étant aléatoires suivant des lois de probabilité déterminées, et qu'il est nécessaire d'y apporter quelques aménagements lorsqu'on ne peut plus négliger l'interaction entre l'objet mesuré et l'outil de mesure, qu'enfin les représentations classiques (onde et corpuscule) ne sont qu'images imparfaites dans lesquelles, suivant en ceci le point de vue idéaliste, on ne doit pas chercher une description rigoureuse de l'univers réel.



TABLE DES MATIÈRES

	Page
Introduction.....	3
I. — L'axiomatique de la mécanique classique.....	6
II. — Novations relativistes à l'axiomatique de la mécanique ordinaire.....	9
III. — L'évolution de la mécanique des quanta.....	15
IV. — L'axiomatique des nouvelles mécanique.....	24
V. — Relations d'incertitude d'Heisenberg.....	31
VI. — Traitement relativiste de la mécanique quantique.....	36
VII. — Le point de vue du physicien.....	42
VIII. — Le point de vue épistémologique.....	45



ACTUALITÉS SCIENTIFIQUES ET INDUSTRIELLES

KENTON COLLEGE LIBRARIES



0 0000 0195324 9

F. ENRIQUE

De l'Académie Des Sciences
Professeur à l'Université de Rome

PHILOSOPHIE ET HISTOIRE DE LA PENSÉE SCIENTIFIQUE

Ch. FABRY

Membre de l'Institut
Professeur à la Faculté des Sciences

OPTIQUE

E. FAURÉ-FREMIET

Professeur au Collège de France

BIOLOGIE

(Embryologie et Histogénèse)

Ch. FRAIPONT

Professeur à la Faculté des Sciences
de Liège

PALÉONTOLOGIE

ET LES GRANDS PROBLÈMES DE LA BIOLOGIE GÉNÉRALE

Maurice FRECHET

Professeur à la Sorbonne

ANALYSE GÉNÉRALE

M. L. GAY

Professeur de Chimie-Physique
à la Faculté des Sciences de Montpellier

THERMODYNAMIQUE ET CHIMIE

J. HADAMARD

Membre de l'Institut

ANALYSE MATHÉMATIQUE ET SES APPLICATIONS

Victor HENRI

Professeur à l'Université de Liège

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE

A. F. JOFFÉ

Directeur de l'Institut Physico-Technique
de Leningrad

PHYSIQUE DES CORPS SOLIDES

A. JOUNIAUX

Professeur à l'Institut de Chimie de Lille

CHIMIE ANALYTIQUE (Chimie-Physique, minérale et industrielle)

N. K. KOLTZOFF

Directeur de l'Institut de Biologie
expérimentale de Moscou
Membre honoraire R. S. Edinburgh

LA GÉNÉTIQUE ET LES PROBLÈMES DE L'ÉVOLUTION

ANGEVIN

Membre de l'Institut
Professeur au Collège de France

I. — RELATIVITÉ

II. — PHYSIQUE GÉNÉRALE

Louis LAPICQUE

Membre de l'Institut
Professeur à la Sorbonne

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE DU SYSTÈME NERVEUX

A. MAGNAN

Professeur au Collège de France

MORPHOLOGIE

DYNAMIQUE

ET MÉCANIQUE DU MOUVEMENT

Ch. MARIE

Directeur du Laboratoire
à l'École des Hautes-Études

ÉLECTROCHIMIE APPLIQUÉE

Ch. MAURAIN

Membre de l'Institut
Doyen de la Faculté des Sciences
Directeur de l'Institut de Physique du Globe

PHYSIQUE DU GLOBE

André MAYER

Professeur au Collège de France

PHYSIOLOGIE

Henri MINEUR

Astronome à l'Observatoire de Paris
Maître de Recherches

ASTRONOMIE STELLAIRE

Chr. MUSCLEAUX

Professeur à la Faculté des Sciences
de Bordeaux

PHYSIQUE GÉNÉRALE

M. N.

Professeur à la

CHIMIE

(Chimie)

5 3
D 8



J. FERRIN

Membre de l'Institut
Prix Nobel de Physique
Professeur à la Faculté des Sciences
de Paris

ATOMISTIQUE

Marcel PREMANT

Professeur à la Sorbonne

I. — BIOLOGIE ÉCOLOGIQUE

II. — LEÇONS DE ZOOLOGIE

A. REY

Professeur à la Sorbonne

HISTOIRE DES SCIENCES

Y. ROCARD

Maître de Recherches

THÉORIES MÉCANIQUES

(Hydrodynamique-Acoustique)

R. SOURGES

Chef de Travail
à la Faculté de Pharmacie

EMBRYOLOGIE

ET MORPHOLOGIE VÉGÉTALES

TAKAOI

Professeur à l'Université Impériale de Tokyo

MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES

TAMIYA (HIROSHI)

Membre du Tokugawa Biologiques
Institut-Tokyo

BIOLOGIE (Physiologie cellulaire)

A. TCHITCHIBADINE

Membre de l'Académie des Sciences
de l'U. R. S. S.

CHIMIE ORGANIQUE

(Série hétérocyclique)

Georges THEISSIER

Sous-directeur de la Station
Biologique de Roscoff

BIOMÉTRIE

ET STATISTIQUE BIOLOGIQUE

G. URBAIN

Membre de l'Institut
Professeur à la Faculté des Sciences de Paris

THÉORIES CHIMIQUES

Pierre URBAIN

Maître de Conférences à l'Institut
d'Hydrologie et de Climatologie de Paris

GÉOCHIMIE

Y. VERLAINE

Professeur à l'Université de Liège

PSYCHOLOGIE ANIMALE

P. WEISS

Membre de l'Institut
Directeur de l'Institut de Physique
de l'Université de Strasbourg

MAGNÉTISME

R. WURMSER

Directeur de Laboratoire de Biophysique
de l'École des Hautes-Études

BIOPHYSIQUE

Actualités Scientifiques et Industrielles

Série 1935 (suite) :

279. M. JULIEN et Y. ROCARD. La stabilité de route des locomotives (deuxième partie).....	18 fr.
280. PIERRE MAMET. Hydrodynamique fluide, régimes variables.....	18 fr.
281. F. BENOIST. Théorie du diffuseur (Haut-parleur sans pavillon).....	15 fr.
282. PAUL LÉOP. Les parentés chimiques des êtres vivants.....	10 fr.
283. RAOUL DUCAT. La méthode dans la mécanique des quanta (Axiomatique, déterminisme et représentations).....	12 fr.
284. ANDRÉ ROGER. La plasticité des protéides et la spécificité de leurs caractères.....	12 fr.
285. A. C. MURKIN. Étude statistique de la fécondité matrimoniale.....	16 fr.
286. GÉNÉRAL VOUGLIER. La logique de la science et l'école de Vienne.....	10 fr.
287. CH. MATHIAS. Magnétisme et électricité terrestres (fascicule I : Magnétisme terrestre).....	15 fr.
288. R. S. LACROIX. A la recherche du temps vécu.....	12 fr.
289. MONTE SHELICK. Sur le fondement de la connaissance.....	10 fr.
290. OTTO NEUBAUER. Le développement du cercle de Vienne et l'avenir de l'empirisme logique.....	10 fr.
291. RUDOLF CARNAP. Le problème de la logique de la science. Science formelle et science du réel.....	8 fr.

Liste complète à la fin du volume